

Hausaufgaben für LL-08, Mathematik 2 zum 9.4.2009

Aufgabe 1

Bearbeiten Sie im schon gelesenen Abschnitt 7.7 *Indeterminate Forms and L'Hospital's Rule* die geraden Aufgaben 42 – 62 und 68 – 72 (Definitionsbereich, Verhalten am Rand des Definitionsbereichs, Monotonie- und Krümmungsverhalten, Zeichnung).

Aufgabe 2

Bearbeiten Sie im Abschnitt 8.1 *Integration by Parts* (braucht nicht gelesen zu werden - entspricht der Vorlesung) die geraden Aufgaben 4 – 36.

Aufgabe 3

Lesen Sie Abschnitt 8.7 *Approximate Integration*.

Vergleichen Sie Beispiel 1 mit der Behandlung in der Vorlesung. Dort hatten wir nur vier Intervalle verwendet, erhielten aber aufgrund des Romberg-Schemas einen besseren Näherungswert. Beachten Sie auch, wie die Bilder helfen, die Güte der Näherung zu beurteilen. Da $1/x$ eine konvexe Funktion ist, liefert die Trapezregel eine obere Schranke für den tatsächlichen Wert. Die Tabelle auf Seite 556 zeigt, dass unser beschleunigtes Verfahren mit 4 Intervallen ähnlich gute Werte liefert wie die im Buch angegebenen Standard-Verfahren mit 10 bzw. 20 Intervallen. In Anmerkung 1 wird wie in der Vorlesung auf die Problematik der sich aufsummierenden Rundungsfehler hingewiesen, wenn man zu viele Intervalle verwendet.

Die Fehlerschranken (*error bounds*) auf Seite 557 und die anschließenden Beispiele zeigen, wie man die Güte eines Näherungswertes beweisbar beurteilen kann.

Im Unterabschnitt *Simpson's Rule* müssen nicht alle Details verstanden werden. Beachten Sie jedoch die Formel

$$S_{2n} = \frac{1}{3}T_n + \frac{2}{3}M_n$$

Wir hatten die Formel

$$T_{2^{k+1}} = \frac{1}{2}(T_{2^k} + M_{2^k})$$

angegeben und im Romberg-Schema berechnen wir in der ersten neuen Spalte die Linearkombination

$$\frac{4}{3}T_{2^{k+1}} - \frac{1}{3}T_{2^k} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}(T_{2^k} + M_{2^k}) - \frac{1}{3}T_{2^k} = \frac{1}{3}T_{2^k} + \frac{2}{3}M_{2^k}$$

Also stehen die Werte der Simpson-Regel S_2, S_4, S_8, \dots in der ersten neuen Spalte unseres Schemas.

Bearbeiten Sie die Aufgaben 13 und 15 mit dem Romberg-Schema aus der Vorlesung. Skizzieren Sie auch die Graphen anhand der berechneten Funktionswerte.

Bearbeiten Sie die Aufgaben 30 und 38 mit einem Verfahren Ihrer Wahl. (Ein ähnlicher Aufgabentyp wird im dritten Semester in der Veranstaltung „Messtechnik“ vorkommen.)

Aufgabe 4 (freiwillig)

Bearbeiten Sie Aufgabe 48 im Anhang G *Complex Numbers*.