

## Behandelte / geplante Themen in Mathematik 2 für LL 08

Diese Liste soll lediglich einen groben Überblick über die Veranstaltung geben. Sie wird laufend - hoffentlich ;-)- an den aktuellen Stand der tatsächlich bearbeiteten Themen angepasst.

Veranstaltung Datum	Inhalt in Stichworten
V 16.3.	<p>Rückschau: Lehrevaluation</p> <p>Umkehrfunktionen, Beispiel Umrechnung Fahrenheit / Celsius, Umkehrfunktion durch Spiegeln an Winkelhalbierenden bzw. durch Blatt umdrehen</p> <p>Definition umkehrbar (horizontale Geraden schneiden Graph in höchstens einem Punkt)</p> <p>Beispiel Normalparabel, nicht umkehrbar, aber Einschränkung auf rechten Ast ist umkehrbar, Wurzelfunktion per Definition nicht-negativ</p> <p>Eigenschaften: monotone Funktionen sind umkehrbar, Stetigkeit bleibt erhalten, Differenzierbarkeit bleibt erhalten (Ausnahme bei horizontaler Tangente, s. kubische Parabel / dritte Wurzel)</p> <p>Ableitung der Umkehrfunktion</p> <p>Beispiel: Tangensfunktion, Einschränkung auf Hauptzweig, Ableitung der Arkustangensfunktion</p>
Ü 19.3. (beide Übungen in Englisch)	<p>Beispiel: Arkussinus, Hauptzweig, Graph, Umkehrfunktionsgleichungen und ihre Einschränkungen, Beispiele zum Vereinfachen unter Berücksichtigung des Hauptzweigs (Dreiecke verwenden), Ableitung der Arkussinusfunktion</p> <p>Überblick: Exponentialfunktion, Definition der Potenz für natürliche Zahlen, Potenzgesetze, Exponent 0, ganzzahliger Exponent, Bruch als Exponent durch Wurzel definieren, irrationale Exponenten über Stetigkeit festlegen</p> <p>Graphen: Basis 2, Basis 1/2, Basis kleiner 1, gleich 1, größer 1,</p> <p>Modellierung (Bakterienwachstum, radioaktiver Zerfall, Ladekurve einer Batterie, gedämpfte Schwingung), Schnelligkeit exponentiellen Wachstums (Schachbrett, Flughöhe)</p>

Veranstaltung Datum	Inhalt in Stichworten
V 23.3.	<p>Ableitung einer Exponentialfunktion ist ursprüngliche Funktion mal Ableitung an der Stelle 0, Definition der Zahl e als Basis mit Steigung 1 an der Stelle 0,</p> <p>Logarithmus als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion, Umkehrfunktionsbeziehungen, Logarithmensätze, Umschreibung eines allgemeinen Logarithmus mithilfe des natürlichen Logarithmus, Umschreibung einer allgemeiner Exponentialfunktion mithilfe der natürlichen Exponentialfunktion, Ableitung der allgemeinen Exponentialfunktion</p> <p>Grenzwerte der Logarithmus-Funktion, langsames logarithmisches Wachstum (Erdumrundung), Ableitung der allgemeinen Logarithmusfunktion, Integration von <math>1/x</math>,</p> <p>Beispiel Kurvendiskussion (einseitige vertikale Asymptote), Grenzwerte berechnen mit Substitution des Exponenten</p>
Ü 26.3.	<p>kurze Einführung in hyperbolische Funktionen: Definitionen als Linearkombinationen von Exponentialfunktionen, Vergleich mit umgekehrter Eulerscher Formel (Trigonometrische Funktionen als Linearkombinationen komplexer Exponentialfunktionen), Graphen, Symmetrie, Ableitungen</p> <p>Regel von L'Hospital: Formulierung, Voraussetzungen, Beispiele, Vereinfachen nach Anwendung der Regel, Produkte und Differenzen in Quotienten verwandeln, Grenzwerte von Potenzen, Trick: Potenz umschreiben mit Exponential- und Logarithmusfunktion</p>
V 30.3.	<p>partielle Integration als Umkehrung der Produktregel. Beispiele, Trick: Faktor 1, wenn Ableitung wesentlich einfacher als Funktion, Trick: zweimalige Anwendung und Gleichung lösen, Übungen</p>
Ü 2.4.	<p>Integration rationaler Funktionen, unecht/echt gebrochen-rationale Funktionen, Polynom= ganz-rationale Funktion, Polynomdivision, Partialbruchzerlegung bei lauter unterschiedlichen Linearfaktoren, Koeffizientenvergleich, Anwendung Gauß-Algorithmus, Abkürzung durch Einsetzen der Nenner-Nullstellen</p>
V 6.4.	<p>Partialbruchzerlegung: mehrfache Linearfaktoren, irreduzible quadratische Faktoren, Fall einfacher quadratischer Faktoren, Arkustangens zur Integration, mehrfache quadratische Faktoren</p> <p>allgemeine Partialbruchzerlegung</p>

Veranstaltung Datum	Inhalt in Stichworten
Ü 9.4.	<p>uneigentliche Integrale, Definition als Grenzwert bestimmter Integrale, unbeschränkte aber endliche Flächen, Beispiel <math>1/x^2</math>, vgl. Dezimalzahlentwicklung als unendliche Summe, Funktion muss gegen 0 streben, Beispiel <math>1/x</math>, es kommt darauf an, wie schnell die Funktion gegen 0 strebt</p> <p>Beispiel <math>1/(1+t^2)</math>, Grenzwerte aus Arkustangens-Graph</p> <p>Definition uneigentlicher Integrale mit unstetigem Integranden</p> <p>Majoranten- und Minorantenkriterium für uneigentliche Integrale</p>
V 13.4.	Ostermontag
Ü 16.4.	<p>Einführung in unendliche Reihen, Zenos Paradoxon, Summandenfolge, Partialsummenfolge, Summe unendlicher vieler Zahlen als Grenzwert der Partialsummenfolge, Partialsummen als Näherungswert der Summe, Tabellendarstellung als Verständnishilfe, Grenzwert von Folgen (Toleranzintervall)</p> <p>Divergenzkriterium (Summandenfolge muss gegen 0 gehen), geometrische Reihe: Definition (konstanter Faktor von einem Summanden zum nächsten), Summenformel für Partialsummen, Summenformel für geometrische Reihe (gültig für <math>-1 &lt; x &lt; 1</math>)</p>
V 20.4.	<p>kurze Rückschau: Reihe, Summandenfolge, Partialsummenfolge</p> <p>Divergenzkriterium, harmonische Reihe (2 Begründungen: Vergleich mit Integral über <math>1/x</math>; Vergleich mit Summe von <math>1/2</math>), Beispiel Berechnung einer Reihe mittels Partialbruchzerlegung und Teleskopsumme</p> <p>Hinweis auf Konvergenz-/Divergenzkriterien, Näherung der Summe über Partialsummen</p> <p>Beispiel: alternierende Reihen, alternierende harmonische Reihe (Zeichnung), <math>\cos 1</math> mit 4 Summanden liefert 3 Nachkommastellen Genauigkeit</p> <p>Beispiel Partialsummenfunktionen zur geometrischen Reihe</p> <p>Beispiel Partialsummenfunktionen zur Arkustangensfunktion (Substitution in geometrische Reihe, gliedweises Integrieren)</p>

Veranstaltung Datum	Inhalt in Stichworten
Ü 23.4.	<p>Quotientenkriterium,</p> <p>Definition Potenzreihe (Zentrum = Entwicklungspunkt, Koeffizienten), Konvergenzradius, Beispiel unendlicher Konvergenzradius, Potenzreihe als Funktion, Potenzreihen haben schöne Eigenschaften: stetig, unendlich oft differenzierbar, (gliedweise) integrierbar, Funktionswerte durch Partialsummen (=Polynome) einfach näherungsweise berechenbar</p> <p>Berechnung der Koeffizienten über Ableitungen im Entwicklungspunkt, Taylor-Reihe, Beispiel Exponentialfunktion und Kosinusfunktion</p>
V 27.4.	<p>Beispiel Reihenentwicklung für Logarithmus von <math>1-x</math>, Beispiel für <math>\ln(1+x)</math>, Wie berechnet man <math>\ln(3)</math>? Übung Kurvendiskussion <math>(1+x)/(1-x)</math>, Reihenentwicklung für <math>\ln 3</math>, Fehlerabschätzung mithilfe geometrischer Reihe</p> <p>Integration rationaler Funktion <math>1/(1+x^7)</math></p> <p>Integration der Gaußschen Glockenkurve über Reihenentwicklung</p>
Ü 30.4.	<p>Basteln der Funktion <math>f(x,y)=x^2-2xy+2y</math> mit Definitionsbereich <math>[0,3] \times [0,2]</math>, Schnittfunktionen</p> <p>Hinweis auf Diagonalschnitt von <math>(0,0)</math> nach <math>(3,2)</math>: Geradengleichung, Richtungsvektor normieren, um richtigen Maßstab zu erhalten</p>
V 4.5.	<p>Funktionen in mehreren Variablen, Definitionsbereich, Wertebereich, Übungen im Bestimmen des Definitionsbereichs, Zeichnen von Funktionen (3-dimensionales Koordinatensystem), Ebene, Hemisphäre, Querschnitte, andere Darstellungsform: Höhenlinien, Steigung ist punkt- und richtungsabhängig, Beschreibung der Richtung durch Parameterdarstellung einer Geraden im Definitionsbereich</p>
Ü 7.5.	<p>Schnittfunktionen, partielle Ableitungen, Tangentialvektoren, Tangentialebene, Parameterdarstellung, Normalenvektor, Ebenengleichung, Rechenbeispiele, auch implizites Differenzieren</p>
V 11.5.	<p>Schnittfunktion entlang beliebiger Gerade, Kettenregel <math>f(g(t),h(t))</math>, Richtungsableitung, Skalarprodukt mit Richtungsvektor, Gradient, Interpretation über Winkelformel, Richtung des stärksten Anstiegs, Betrag des stärksten Anstiegs, Beispiel Hemisphäre, Gradient senkrecht auf "Höhenlinien"</p>

Veranstaltung Datum	Inhalt in Stichworten
Ü 14.5.	Extrema in mehreren Veränderlichen, Definitionen, kritische Punkte, Beispiel Sattelpunkt, zweite partiellen Ableitungen, Satz von Schwarz, (symmetrische) Hesse-Matrix, Berechnung absoluter Extrema (vgl. Modell) (Hausaufgaben: Anwendung Formeln den linearen Regression über kleinste Quadrate)
V18.5.	allgemeine Kettenregel, Anwendung Umrechnung von Koordinatensystemen, Exkurs: Kettenregel in Matrixschreibweise, totales Differential, Idee der Linearisierung, Anwendung Fehlerfortpflanzung, kurzer Hinweis auf Lagrange-Multiplikatoren
Ü 21.5.	<b>Christi Himmelfahrt</b>
V 25.5.	Einführung in Differentialgleichungen, Newtonsches Bewegungsgesetz, Beispiel ungedämpfte Feder, Ruhelage, Hookesches Gesetz, DGL zweiter Ordnung, allgemeine Lösung mit zwei Parametern, Anfangsbedingungen bestimmen partikuläre Lösung, Anfangslage und Anfangsgeschwindigkeit, Klassifikation gewöhnlich/partiell, Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung, Richtungsfeld, Richtungselement als "kleine" Tangente bestimmt durch DGL, Isoklinen, Lösungskurven können sich nicht schneiden, berührende Lösungskurven sind selten, numerisches Verfahren: Euler-Polygonzug, Schrittweite, Dokumentation über Tabelle,
Ü 28.5.	MIT-Video-Vorlesung zum Euler-Verfahren  Güte der Näherung durch Vergleich zweier Schrittweiten, Schrittweite verkleinern, falls Lösungen weit auseinander (numerischer Aspekt: Verkleinern kann zu Rundungsfehlern führen, nicht beliebig verkleinerbar)  Trennen der Variablen, Beispiel elektrischer Stromkreis, Anfangswert
V 1.6.	<b>Pfingstmontag</b>
Ü 4.6.	lineare DGL erster Ordnung, zugehörige homogene DGL, Trennen der Variablen, Variation der Konstanten, Nochmal Beispiel elektrischer Stromkreis mit Spule und Widerstand

Veranstaltung Datum	Inhalt in Stichworten
V 8.6.	<p>DGL zweiter Ordnung, Motivation aus Newtonschem Bewegungsgesetz, Feder-Masse-Dämpfungssystem</p> <p>Linearität des homogenen Lösungsraum, allgemeine Lösung als Linearkombination zweier linear unabhängiger Lösungen, Definition "linear unabhängig", Wronski-Determinante</p> <p>homogene DGL mit konstanten Koeffizienten, Ansatz über e-Funktion, charakteristische Gleichung, drei Fälle: zwei reelle Lösungen, eine reelle Lösung, konjugiert komplexe Lösungen, Umrechnung auf reelles Lösungssystem mit Kosinus und Sinus</p>
Ü 11.6.	<p>freie ungedämpfte/ gedämpfte Schwingungen, harmonische Schwingung, Umrechnung Linearkombination Sinus und Kosinus auf verschobene Kosinus-Funktion, Schwingungsdauer, Kreisfrequenz, Phasenverschiebung, Effekt der Dämpfung: exponentiell abklingende Amplitude, Verlangsamung der Bewegung, Schwingungsdauer wird größer, aperiodischer Grenzfall</p>
V 15.6.	<p>partikuläre Lösung des inhomogenen Problems, Methode der unbestimmten Koeffizienten, rechte Seiten: Polynom, Sinus, Kosinus, Exponentialfunktion, bei Summe auf rechter Seite kann aufgespalten werden, Testfunktion mit x multiplizieren, falls Ansatz Teil der homogenen Lösung ist</p>
Ü 18.6.	<p>ungedämpfte erzwungene Schwingungen, rechte Seite Kosinusfunktion, 1. Fall <math>\Omega \neq \Omega_0</math>, Testfunktion ist nicht Bestandteil der homogenen Lösung, Amplitude hängt von <math>\Omega</math> ab, vertikale Asymptote bei <math>\Omega_0</math>, zeitliche Entwicklung der Lösung: langsam schwingende Amplitude multipliziert mit schneller Schwingung (trigonometrische Identität für Differenz von Kosinusfunktionen ist Produkt von Sinusfunktionen), 2. Fall <math>\Omega = \Omega_0</math>, andere Testfunktion erforderlich, Sinusschwingung mit linear wachsender Amplitude</p>
V 22.6.	<p>Gedämpfte erzwungene Schwingung / konkretes Beispiel mit harmonischer rechter Seite, homogener Lösungsanteil wird aussterben, partikulärer Lösungsanteil ist harmonische Schwingung, Wiederholung des Tricks zum Umschreiben als harmonische Schwingung, Zeichnen der Lösungsbestandteile, Amplitude, Phasenverschiebung (Zeitverschiebung), Schwingungsdauer, homogener Lösungsanteil für Anfangsbedingungen und Einschwingphase verantwortlich</p>

Veranstaltung Datum	Inhalt in Stichworten
Ü 25.6.	Gedämpfte erzwungene Schwingung mit variabler Kreisfrequenz der äußeren Kraft. Nur partikuläre Lösung auf lange Sicht wichtig, Testfunktion wird nie Lösung des homogenen Problems sein, da kein Dämpfungsfaktor, Koeffizienten über Cramersche Regel ausrechnen, hängen von Omega ab, Phasenverschiebung über Arkustangens berechenbar, Kurvendiskussion für Amplitudenfunktion, lokales Maximum (praktische Resonanz) liegt links von den Systemfrequenzen