

Hausaufgaben für LL-08, Statistik zum 23.4.2009

Die „Lesehausaufgaben“ beinhalten viel neues Material. Es wäre sehr nützlich, über dieses Material nachzudenken bevor wir es in der Vorlesung behandeln. Nur so erkennt man eigene Verständnisschwierigkeiten beim Aufstellen von Modellen. Wird das Material vorgeführt, erscheint es oftmals einfacher als es ist.

Aufgabe 1

Lesen Sie Abschnitt 3.2 *Zufall, Ereignisalgebra*.

Beachten Sie in Beispiel 3.8 die unübliche Schreibweise im Buch: Die runden Klammern sollten - anders als im Buch - nur für geordnete Paare verwendet werden. Die richtige Schreibweise ist

$$\Omega = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \dots, \{4, 5\}\}$$

Eine Menge ist das richtige Objekt, um ungeordnete Paare anzugeben.

Die Differenz von Ereignissen auf Seite 72 wird im Buch mit $A - B$ bezeichnet. Wir haben bisher die Bezeichnung $A \setminus B$ verwendet. Beide Schreibweisen sind üblich und für uns zulässig.

Die Regeln von de Morgan, Formel (3.11), sind besonders wichtig.

Bearbeiten Sie die Aufgaben 3.1 – 3.9.

Aufgabe 2

Lesen Sie Abschnitt 3.3 *Wahrscheinlichkeit und Satz von Laplace*.

Beachten Sie den Hinweis auf Seite 77, dass in Formel (3.12) kein mathematischer Grenzwert gemeint ist. In der Tat erfüllen relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten nicht die Definition, die wir im Zusammenhang mit Folgen betrachtet haben. Bei relativen Häufigkeiten kann es immer wieder Ausreißer aus dem „Toleranzintervall“ geben. Deswegen sollte man Schreibweisen wie in (3.12) besser vermeiden. Ich verwende gerne die umgangssprachliche Formulierung, dass die relativen Häufigkeiten sich bei der Wahrscheinlichkeit einpendeln. Damit möchte ich betonen, dass es auch nach noch so großer Anzahl von Versuchen unkontrollierbare Schwankungen geben kann.

Fußnote 4 auf Seite 78: Ja, Kolmogorov ist wirklich ein Mathematiker des 20-ten Jahrhunderts. Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung sind so jung, dass es sogar Grundlagen gibt, die erst vor kurzer Zeit entwickelt worden sind.

Zu Seite 79: „...Laplace-Annahme ...drückt aus, dass es keinen Grund gibt zu der Annahme, irgendwelche Elementarereignisse seien gegenüber anderen bevorzugt.“ Was hier so unscheinbar im Text versteckt ist, ist eine sehr wichtige Modellannahme. Hat man keine Informationen über die Wahrscheinlichkeiten der Ausgänge eines Zufallversuchs, so startet man die Untersuchungen in der Praxis oft mit einer Gleichverteilungsannahme (=Laplace-Annahme). Z.B. ist das bei der digitalen Datenübertragung der

Fall: Zunächst geht man davon aus, dass 0 und 1 jeweils mit der Wahrscheinlichkeit 0,5 übermittelt werden. Je nach Daten können die tatsächlichen Häufigkeiten stark davon abweichen.

Bearbeiten Sie die Aufgaben 3.10 und 3.11.

Aufgabe 3

Ein Lieferung von 50 Kugellagern enthalte 3 defekte Kugellager. Die Qualitätskontrolleurin entnimmt zu Prüfzwecken eine zufällige Stichprobe. Entnommene Kugellager werden nicht zurückgelegt. (Tipp: Stellen Sie sich vor, die Kugellager seien nummeriert; die defekten Kugellager hätten die Nummern 1, 2 und 3, die einwandfreien die Nummern 4, 5, ..., 50.) Beschreiben Sie zu den folgenden Aufgabenteilen a), b) und c) ein Urnenmodell (Wie ist die Urne befüllt? Wie viele Ziehungen werden vorgenommen? Mit oder ohne Zurücklegen? Mit oder ohne Betrachtung der Reihenfolge?)

Wie viele Möglichkeiten gibt es, ...

- a) ... eine Stichprobe bestehend aus 6 Kugellagern zu ziehen?
- b) ... aus den drei defekten Kugellagern zwei auszuwählen?
- c) ... aus den 47 einwandfreien Teilen 4 Kugellager auszuwählen?
- d) ... eine Stichprobe mit genau 2 defekten Kugellagern zu ziehen? Wie könnte man diesen Versuch als Urnenmodell mit ZWEI Urnen beschreiben?
- e) Wir nehmen an, dass die Stichproben so zufällig gewählt werden, dass jede Stichprobe die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzt (Laplace-Annahme). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Stichprobe mit zwei defekten Kugellagern gezogen wird. (vgl. Formel (3.19) im Buch.)

Aufgabe 4

Auf einem Bücherregalbrett stehen 5 rote, 6 blaue und 9 gelbe Bücher. Wie viele farblich unterschiedliche Anordnungen der Bücher gibt es? Tipp: Stellen Sie sich die Bücher nummeriert vor. Wie viele unterschiedliche Anordnungen der Nummern gibt es? Welche davon liefern farblich identische Anordnungen?

Aufgabe 5

Ein Byte besteht aus 8 Bits, die jeweils den Wert 0 oder 1 annehmen können. Wie viele unterschiedliche Wertkombinationen kann ein Byte annehmen? Bescheiden Sie das passende Urnenmodell dazu.