Hausaufgaben für LL-08, Statistik zum 4.6.2009

Aufgabe 1

Lesen Sie Abschnitt 3.8 *Die Normalverteilung.*

Zu Satz 3.22: Wir können mit unserem Wissen diesen Satz sogar beweisen.

$$P(aX + b \leq x) = P(X \leq \frac{x-b}{a}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-b}{a}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$$

Nun wende man die Substitution $u = a \cdot t + b$ auf das Integral ab. Durch elementare Umformungen gelangt man zum Ausdruck

$$\frac{1}{a\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(u-(a\mu+b))^2}{2(a\sigma)^2}} du$$

Durch Vergleich mit (3.66) erkennt man, dass die Verteilungsfunktion tatsächlich die Dichtefunktion mit den angegebenen Parametern besitzt.

Beispiel 3.38: Erstellen Sie eine Skizze zur linearen Interpolation, die hier angewendet wird.

Satz 3.23 ist die Grundlage der vor einigen Wochen erwähnten „empirischen Regel“. Ist eine Zufallsvariable näherungsweise normalverteilt (eingipflig, symmetrisch, „glockenförmig“), so gelten die angegebenen Prozentzahlen näherungsweise auch für diese Verteilung.

Bearbeiten Sie die Aufgaben 3.33 – 3.36.

Aufgabe 2

Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion $\Phi(z)$ der Standardnormalverteilung im Bereich $[-3, 3]$. Da jede Verteilungsfunktion monoton wachsend ist mit horizontalen Asymptoten 0 (nach links) und 1 (nach rechts) und die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen stetig ist, genügt es von einigen Funktionswerten auszugehen (Schrittweite 0,25). Verwenden Sie Werte basierend auf Tabelle A.1 (S. 179). Verwenden Sie die gesamte Größe eines DIN-A4-Blatts im Querformat.

Aufgabe 3

Zum Grenzwertsatz von de Moivre und Laplace (S. 129): Zeichnen Sie das Histogramm zum zehnfachen Münzwurf (Zufallsvariable „Anzahl Kopf“ ist binomialverteilt); denken Sie daran die Histogrammklassen $[-0.5, 0, 5)$, $[0, 5; 1, 5)$, $\ldots$ für die diskrete Zufallsvariable zu verwenden. Zeichnen Sie in dasselbe Diagramm die Normalverteilungsdichte mit dem zugehörigen Erwartungswert und der zugehörigen Varianz. Zeichnen Sie groß!

Dieses Diagramm zeigt, warum die Stetigkeitskorrektur funktioniert.