Diesmal sind es 4 Aufgaben.

Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen

a)
$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + \sin x}{3y^2}$$

b)
$$y' = x\,y$$

c)
$$y' = \frac{\ln x}{xy + xy^3}$$

d)
$$\frac{dx}{dt} = 1 + t - x - tx$$

Aufgabe 2

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme

a)
$$e^y y' = \frac{3x^2}{1+y} \quad , \quad y(2) = 0$$

b)
$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+x}{xy} \quad , \quad x > 0, y(1) = -4$$

c)
$$x\,dx + 2y\sqrt{x^2+1}\,dy = 0 \quad , \quad y(0) = 1$$

d)
$$\frac{dy}{dt} = \frac{ty + 3t}{t^2 + 1} \quad , \quad y(2) = 2$$

Aufgabe 3

Schauen Sie sich die Vorlesung *Lecture 02: Euler's Numerical Method* ... an. Wir werden nächste Woche über diese Verfahren sprechen.

Aufgabe 4

(Ist viel leichter als sie aussieht - einfach den Anweisungen folgen. Lernziele: Wiederholung numerischer Verfahren; Vorbereitung zur Zeichnung einer implizit definierten Funktion - Aufgabe wird nächste Woche fortgesetzt.)

Wir betrachten die Gleichung

$$y^3 + x^3 = 6xy$$

Berechnen Sie näherungsweise für $y = 3$, für $y = -1$ und für $y = 1$ die zugehörigen Lösungen in x.

Tipps:

a) Für $y = 3$ kann exakt gerechnet werden: $x = 3$ ist eine Lösung; Polynomdivision, dann quadratische Lösungsformel.

b) Für $y = -1$ gibt es nur eine reelle Lösung in x.

c) Für $y = 1$ gibt es drei reelle Lösungen in x.

d) Um Startnäherungen bei $y = -1$ und $y = 1$ zu erhalten kann man für das jeweilige y die beiden Seiten der folgenden Geichung skizzieren

$$x^3 = 6xy - y^3$$

und die Schnittpunkte graphisch ermitteln. Danach führt man für jede Startnäherung zwei Schritte mit dem Newton-Verfahren durch.