

## Hausaufgaben für M-07, Mathematik 2 zum 25.04.2008

Das Aufgabenblatt besteht aus zwei Seiten.

### Aufgabe 1

Berechnen Sie für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

den Ausdruck  $(A+B)^2$  sowie  $A^2 + 2AB + B^2$ . Was fällt auf? Warum gilt die binomische Formel nicht für diese Matrizen?

### Aufgabe 2

Berechnen Sie für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

die Ausdrücke  $AB + AC$  und  $A(B + C)$  und vergleichen Sie die Ergebnisse.

### Aufgabe 3

Für eine Matrix  $A$  soll das Quadrat  $A^2 = AA$  definiert sein. Welche Beziehung besteht zwischen der Zeilenanzahl und der Spaltenanzahl?

### Aufgabe 4

Finden Sie  $(2 \times 2)$ -Matrizen  $A$  und  $B$ , so dass

$$AB = B$$

ist und  $A$  weder eine Einheitsmatrix noch  $B$  die Nullmatrix (alle Einträge 0) ist. Ist das für Zahlen möglich?

### Aufgabe 5

Berechnen Sie für die Matrix

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

die Potenzen  $N^2, N^3, N^4, \dots$ . Was fällt auf? Eine Matrix, die nicht die Nullmatrix ist, aber die eine Potenz besitzt, die die Nullmatrix ist, heißt *nilpotent*. Gibt es Zahlen mit derselben Eigenschaft?

### Aufgabe 6

Berechnen Sie die inverse Matrix von

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(Anmerkung: Solche Matrizen treten bei der numerischen Lösung von Differentialgleichungen auf.)

### Aufgabe 7

Bestimmen Sie die transponierte Matrix von

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \\ 7 & 9 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### Anmerkung

Viele Mathe- und einige Statistik-Bücher in der Bibliothek enthalten Abschnitte über Matrixtheorie. Falls Ihr noch etwas zu dem Thema lesen wollt, sucht Euch einfach ein Buch aus dem Regal. Im Semesterapparat steht das Buch von Gilbert Strang, dessen Abschnitte 2.3 bis 2.5 die wichtigsten Aussagen über Matrizen enthalten (Ich finde den Stil dieses Buches sehr interessant, bin mir aber unsicher, ob er für Euch geeignet ist). Wichtig: In dem Buch bezeichnet  $I$  eine Einheitsmatrix (= *identity matrix*, während  $E$  oft für eine Eliminationsmatrix verwendet wird.

Die Vorlesungen von Gilbert Strang gibt es als Video (allerdings auf Englisch) unter <http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Mathematics/18-06Spring-2005/VideoLectures/index.htm>

Auf der angegebenen Web-Seite ist auch ein Link zur Download-Möglichkeit über iTunes.

### Aufgabe 8 (freiwillig, u.a. gute Vorbereitung auf dritten Versuch)

Lesen Sie Kapitel 1 „Einführung in die Vektorrechnung“ im Buch von Strang als Wiederholung zum ersten Semester. Bearbeiten Sie so viele Aufgaben wie möglich.