

Behandelte / geplante Themen in Mathematik 2 für M07

Diese Liste soll lediglich einen groben Überblick über die Veranstaltung geben. Sie wird laufend - hoffentlich ;-) - an den aktuellen Stand der tatsächlich bearbeiteten Themen angepasst.

Veranstaltung	Inhalte
V 18.3.	Einführung Integralrechnung: unbestimmtes und bestimmtes Integral, Hauptsatz als Verknüpfung Unbestimmtes Integral als Stammfunktion, Mehrdeutigkeit der Stammfunktion, Umkehrung der Differentiation, Richtungsfeld, Linearität, Potenzregel, Ausnahme Logarithmus,
Ü 19.3.	Flächeninhaltsproblem, Kästchenzählen, Maßstab (Kästchen pro Flächeneinheit), numerische Integration: Mittelpunktsregel, Trapezregel, effiziente Berechnung von T1, M1, T2, ...
V 25.3.	Beispiel zur numerischen Integration: T1, M1, ..., gleichzeitige Entwicklung des Graphen, Romberg-Schema, Probe durch Kästchenzählen, Anmerkung zur Fehlerfortpflanzung: Division durch große Zahl verkleinert Eingangsfehler Einführung in das Summen-Zeichen
Ü 26.3.	Summenformeln, Gauß-Anekdote Definition des bestimmten Integrals: Notation - Teilintervalle, Stützstellen, Riemann-Summen, bestimmtes Integral als Grenzwert, Zusammenhang/Unterschiede zum Flächeninhalt, graphische Beispiele, "Zwischenstopp", Beispiel: Berechnung über Riemann-Summen, Summenformel und Grenzwert
V 28.3.	Integralfunktion, ausführliches Beispiel, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Anwendung als Ableitungsregel, Verknüpfung mit anderen Ableitungsregeln
V 1.4.	Beispiele zum Berechnen bestimmter Integrale, Integrale mit Brüchen, technisches Vorgehen bei der Substitutionsregel
Ü 2.4.	Beispiele zur Integration, insbesondere mit Substitutionsregel bei bestimmten Integralen (Substitution der Grenzen)
V 4.4.	partielle Integration, Trick Logarithmus, Trick Gleichungsauflösen, Beispiel zweimalige Anwendung, Umkehrfunktionen: Blatt umdrehen, Quadrat-/Wurzelfunktion, Arkustangens, Arkussinus, Ableitung von Umkehrfunktionen
V 8.4.	Beispiele zur partiellen Integration, bestimmte Integrale mit partieller Integration

Veranstaltung	Inhalte
Ü 9.4.	Übungen zur partiellen Integration
V 11.4.	Überblick: Exponential- und Logarithmusfunktion, Modellierung (Bakterienwachstum, radioaktiver Zerfall, Ladekurve eines Kondensators), Graphen, Basis kleiner 1, gleich 1, größer 1, Ableitung ist ursprüngliche Funktion mal Ableitung an der Stelle 0, Definition der Zahl e als Basis mit Steigung 1 an der Stelle 0, exponentielles Wachstum (Schachbrett, Flughöhe), logarithmisches Wachstum (Erdumrundung), Potenzgesetze, Logarithmensätze, Umkehrfunktionseigenschaft, Trick zum Umschreiben von Potenzen, Ableitung von 2^x , Beispiel Kurvendiskussion (einseitige vertikale Asymptote)
V 15.4.	Matrizen, Zeilen-/Spaltenindex, quadratische Matrix, transponierte Matrix, Diagonalmatrix, obere Dreiecksmatrix, Zeilenvektor, Spaltenvektor, Addition, skalare Multiplikation, Matrixmultiplikation, i.a. keine Kommutativität, Zeilenumformungen aus Gauß-Algorithmus als Matrixmultiplikation von links
Ü 16.4.	Einheitsmatrix, inverse Matrix, simultanes Lösen von linearen Gleichungssystemen, Matrix-Inversion nach Gauß-Jordan
V 18.4.	Determinanten: Eigenschaften, Multilinearität, alternierend, normiert, Berechnung über Gauß-Algorithmus
V 22.4.	<p>(3*3)-Determinante als Motivation der Leibniz-Formel, Permutationen, Permutationsmatrizen, Leibniz-Formel - schnell wachsende Zahl der Summanden, praktisch unbrauchbar,</p> <p>Vergleich (11*11)-Determinante: Leibniz-Formel 40 Millionen Rechenoperationen, Gauß gut 1000 Rechenoperationen</p> <p>Definition Kofaktor, Zeile/Spalte streichen, Determinante der gestrichenen Matrix, Vorzeichen nach Schachbrettmuster, Laplace-scher Entwicklungssatz, Beispiel: Nullen ausnutzen</p>
Ü 23.4.	Beispiel: Effiziente Berechnung einer "großen" Determinante, Cramersche Regel, Matrixinversion über Determinanten
V 25.4.	Anwendung: Lineare Regression, quadratische Regression, Streudiagramm, nichtlineare Regression

Veranstaltung	Inhalte
V 29.4.	<p>Grundlagen der Statistik: Tipp: Nummerieren der Messwerte zur besseren Dokumentation</p> <p>qualitative/quantitative Merkmale, nominal (benennen), ordinal (natürlich Anordnung), diskret (zählen), stetig (messen), Noten sind ordinal, Körpergröße prinzipiell stetig, Geld ist (quasi-)stetig (Grauzone zwischen diskreten und stetigen Merkmalen)</p> <p>Kennzahlen zum Zusammenfassen von Daten: Lageparameter: Mittelwert (arithmetisches Mittel), Hinweis, dass es andere Mittelwertbildungen gibt, Median, Quantile, Beispiel: 60% besser als der Durchschnitt</p> <p>Streuungsparameter: Spannweite, Varianz, Standardabweichung, Hinweis auf Formeln für Stichproben (Faktor $1/(n-1)$ statt $1/n$), zwei Berechnungsformeln für Varianz (ihre Vor- und Nachteile, Rundungsfehler, numerische Instabilität), Dokumentation der Berechnung mit Tabelle, empirische Regel (68%, 95%, 99% in Sigma-Umgebungen)</p>
Ü 30.4.	<p>Beispiel nicht-lineare Regression: doppelt- und einfachlogarithmisches Papier,</p> <p>Rückschau: Mittelwert, Standardabweichung im Streudiagramm,</p> <p>Zusammenhangsmaß: Kovarianz</p>
V 6.5.	<p>Nachtrag zu Steigungen bei logarithmischem Papier</p> <p>Vorzeichen der Kovarianz beschreibt positive/negative Tendenz, Zahlenwert ist einheitenabhängig, Verhalten statistischer Größen bei linearer Koordinatentransformation (Einheitenwechsel): Mittelwert, Varianz, Standardabweichung, Standardisierung, Standardeinheiten, Kovarianz in Standardeinheiten= Korrelationskoeffizient r, Korrelationskoeffizient als Maß des linearen Zusammenhangs, schwach/stark korreliert, positiv/negativ korreliert, unkorreliert, Beispiele aus Buch "Beschreibende Statistik" S. 308, Dokumentation der Rechnung über Tabelle, alternative Berechnungsformel von r</p>
Ü 7.5.	<p>Uneigentliche Integrale, Flächen mit unendlicher Breite aber endlichem Flächeninhalt, Beispiel Rechteckflächen zu einer Dezimalzahl, Beispiel $1/x^2$ und $1/x$, vergleichende Graphik, schnelle Annäherung an Null entscheidend für endliche Fläche, Aufteilung in bestimmtes Integral und Grenzwertprozess</p> <p>Regel von L'Hospital: Formulierung, Voraussetzungen, erste Beispiele, Vereinfachen nach Anwendung der Regel</p>

Veranstaltung	Inhalte
V 9.5.	weitere Beispiele zur Regel von L'Hospital, Produkte und Differenzen in Quotienten verwandeln, Grenzwerte von Potenzen, Trick mit Exponential- und Logarithmusfunktion, uneigentliche Integrale bei Unstetigkeiten am Rand und im Innern des Intervalls
V 13.5.	Integration bei unstetigen Funktionen, Vergleichskriterien (Majoranten- und Minorantenkriterium) bei uneigentlichen Integralen, Beispiel Exponentialfunktion (Anwendung der Monotonieeigenschaft beim Rechnen mit Ungleichungen) Vorbereitung der Integration rationaler Funktionen /Partialbruchzerlegung, echt und unecht gebrochene rationale Funktionen, Polynomdivision zur Zerlegung in ganzrationalen (polynomialen) und echt gebrochen rationalen Anteil
Ü 14.5.	Partialbruchzerlegung: Form der Partialbrüche, Zusammenhang Faktorisierung eines quadratischen Faktors mit quadratischer Lösungsformel, erster Fall - Nenner zerfällt in verschiedene Linearfaktoren, Methode des Koeffizientenvergleichs, Methode des Einsetzens, zweiter Fall - Nenner zerfällt in Linearfaktoren, die sich auch wiederholen können, Nullstelle durch Raten (systematischer mit graphischer Methode), Abspalten eines Linearfaktors mit Polynomdivision
V 16.5.	Partialbruchzerlegung: dritter Fall - einfache irreduzible quadratische Faktoren, Integration mit Arkustangens-Funktion, vierter Fall - beliebige Faktorisierung, (nur) Hinweis auf Integration mit trigonometrischer Substitution
V 20.5.	Funktionen in mehreren Veränderlichen, Definitionsbereiche, Darstellung als Graph im 3D-Koordinatensystem, Darstellung durch Höhenlinien, Vorbereitung: Steigungen hängen vom Punkt und der Richtung ab
Ü 21.5.	Schnittfunktionen, partielle Ableitungen, Tangentialvektoren, Tangentialebene, Parameterdarstellung, Normalenvektor, Ebenengleichung, Rechenbeispiele, auch implizites Differenzieren
V 23.5.	Kettenregel in mehreren Variablen, Richtungsableitung, Gradient, Richtung und Betrag des stärksten Anstiegs, Gradient steht senkrecht auf Höhenlinien
V 27.5.	allgemeine Kettenregel, Anwendung Umrechnung Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten, totales Differential, (Anwendungen Thermodynamik), Idee der Linearisierung

Veranstaltung	Inhalte
Ü 28.5.	Extrema in mehreren Veränderlichen, Definitionen, kritische Punkte, zweite partielle Ableitungen, Satz von Schwarz, Hesse-Matrix (symmetrisch), Beispiel Extremwerte bei Definitionsbereich mit Rand, (Hausaufgaben: Anwendung Formeln der linearen Regression über kleinste Quadrate)
V 30.5.	Einführung in Differentialgleichungen, Klassifikation gewöhnlich/partiell, Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung, Richtungsfeld, Euler-Polygonzug-Verfahren
V 3.6.	Trennen der Variablen, Lösung in impliziter Form, lineare DGL, homogene und inhomogene lineare DGL, Variation der Konstanten
Ü 4.6.	Lösen einer linearen DGL erster Ordnung: homogenes Problem, Trennen der Variablen, Variation der Konstanten, Ansatzfunktion in inhomogene DGL einsetzen; Beispiel, Anmerkung Integral von $e^{(x^2)}$ nicht als Stammfunktion darstellbar, unbestimmtes Integral ist als Integralfunktion (bestimmtes Integral mit variabler Obergrenze) berechenbar, Einsatz numerischer bzw. graphischer Integration, Anmerkung zu allgemeiner Lösung des homogenen Problems, Aufspaltung in partikuläre des inhomogenen und allgemeine Lösung des homogenen Problems, Beispiel elektrischer Schaltkreis mit Spule und Widerstand, Spule verzögert Schaltvorgänge
V 6.6.	<p>Video: MIT-Vorlesung zum Euler-Polygonzug-Verfahren, systematischer Fehler in Abhängigkeit von Krümmung, Bestimmung der Krümmung über implizites Differenzieren, Verbesserung durch kleinere Schrittweiten, Modifikation des Verfahrens (Mittelwert der Anfangs- und Endsteigung): Verfahren von Heun, Hinweis auf Verfahren von Runge-Kutta (ohne Formeln)</p> <p>Einführung in lineare DGL zweiter Ordnung, Motivation: Newtons Bewegungsgesetz enthält die zweite Ableitung, Standardform, homogene / inhomogene Gleichung, Spezialfall: konstante Koeffizienten, Lösungsansatz über $e^{(rx)}$-Funktion führt auf quadratische Gleichung in r</p>
V 10.6.	<p>lineare DGL zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten, charakteristische Gleichung, 3 Lösungsfälle, zwei reelle Lösungen, eine doppelte reelle Lösung, zwei konjugiert komplexe Lösungen,</p> <p>Beispiel freier ungedämpfter Schwingung</p>
Ü 11.6.	starke Dämpfung, Grenzdämpfung, schwache Dämpfung (gedämpfte Schwingung), allgemeine Lösung einer DGL zweiter Ordnung, lineare Unabhängigkeit (angedeutet, ohne exakte Definition, Vergleich mit nicht-parallel in Vektorrechnung), Wronski-Determinante

Veranstaltung	Inhalte
V 13.6.	<p>Wiederholung/Gegenüberstellung: lineare DGL erster und zweiter Ordnung,</p> <p>Variation der Konstanten bei inhomogener linearer DGL zweiter Ordnung (nur Formel), Alternatives Finden einer partikulären Lösung: Methode der unbestimmten Koeffizienten; rechte Seite: Polynome, Exponentialfunktion, Sinus- und Kosinusfunktion</p>
V 17.6.	<p>erzwungene Schwingung: Modell - Wagen mit exzentrischem Schwungrad (Modell Waschmaschine)</p> <p>$x''+9x=80\cos 5t$, allgemeine Lösung der homogenen DGL, partikuläre Lösung (Methode unbestimmte Koeffizienten), allgemeine Lösung der inhomogenen DGL, Koeffizienten aus Anfangsbedingungen bestimmen, Graphik als zeichnerische Addition zweier Kosinusschwingungen,</p> <p>allgemeiner: $x''+\omega_0^2 x=F_0 \cos (\omega t)$, Resonanz, erster Ansatz für partikuläre Lösung liefert vertikale Asymptote für Amplitude bei Erregerfrequenz= Eigenfrequenz, rechnerisch richtiger Ansatz für $\omega=\omega_0$ liefert lineares Anwachsen der Amplitude</p>
Ü 18.6.	<p>erzwungene gedämpfte Schwingung, Beispiel, homogener Lösungsanteil verschwindet unabhängig von Anfangsbedingungen (transient solution), partikuläre Lösung (steady-state solution), praktische Resonanz (maximale Amplitude für Frequenz kleiner als Eigenfrequenz) [Phase der Lösung wächst mit Erregerfrequenz]</p>
V 20.6.	<p>Einführung in unendliche Reihen, Zenos Paradoxon, Summandenfolge, Partialsummenfolge, Partialsummen als Näherungswert der Summe, Divergenzkriterium, geometrische Reihe, harmonische Reihe</p>
V 24.6.	<p>alternierende Reihen, Potenzreihen, Quotientenkriterium (absolute Konvergenz)</p>
Ü 25.6.	<p>Taylor-Polynome, Linearisierung, (Beispiel Fadenpendel) Reihendarstellung der trigonometrischen Funktionen und der Exponentialfunktion,</p>
V 27.6.	<p>Zusammenfassung, Wiederholung, Klausurvorbereitung</p>