Der Flug der Rakete ist in vier Phasen unterteilt.

1 Phase Die ersten drei Sekunden, $[0,3]$, mit der linearen Beschleunigung
$$a(t) = 60\,t$$

Aufgrund der anderen angegebenen Größen ist davon auszugehen, dass die Beschleunigung in ft/s^2 gemessen wird.
Integrieren liefert

$$v(t) = \int a(t)\,dt = 30\,t^2 + C ,$$

wobei für die Integrationskonstante $C=0$ gilt wegen der Startbedingung $v(0)=0$.
Nochmaliges Integrieren liefert

$$s(t) = \int v(t)\,dt = 10\,t^3 + D$$

mit $D=0$, wenn wir das Bodenniveau mit $s(0)=0$ ansetzen.

Für den Übergang zur zweiten Phase berechnen wir noch

$$v(3) = 30 \cdot 3^2 = 270 \quad [ft/s]$$

und

$$s(3) = 10 \cdot 3^3 = 270 \quad [ft]$$

2. Phase Für die folgenden 14 Sekunden, [3, 17] befindet sich die Rakete im freien Fall, d.h. nur die Erdanziehung wirkt auf sie

Es gilt $a(t) = -32$ [ft/s²]
(vgl. Example 8 in dem zugehörigen Abschnitt). Integrieren liefert

$v(t) = -32 \cdot t + C$

mit der Randbedingung

$270 = v(3) = -32 \cdot 3 + C$

$\Rightarrow C = 366$

Nochmaliges Integrieren

$s(t) = -16 \cdot t^2 + 366\, t + D$

mit der Randbedingung

$270 = s(3) = -16 \cdot 9 + 366 \cdot 3 + D$

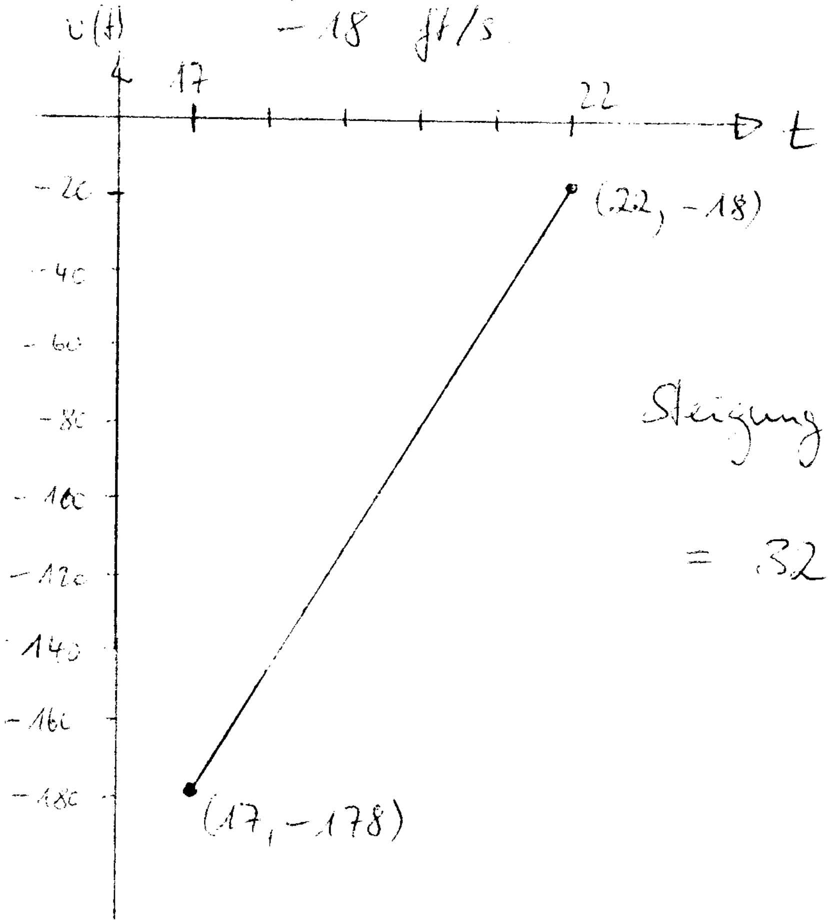
$\Rightarrow D = -684$

Der Übergang zur dritten Phase liefert

$v(17) = -32 \cdot 17 + 366 = -178$ [ft/s]

$s(17) = -16 \cdot 17^2 + 366 \cdot 17 - 684 = 914$ [ft]

<u>3. Phase</u> In den nächsten 5 Sekunden, $[17, 22]$, nimmt die (negative) Geschwindigkeit linear ab auf -18 ft/s



$$\text{Steigung} = \frac{-18 - (-178)}{22 - 17} = 32 \quad [ft/s^2]$$

Damit
$$v(t) = 32 \cdot (t - 17) - 178 = 32t - 722$$

und

$$s(t) = 16\,t^2 - 722\,t + C$$

mit der Randbedingung

$$914 = s(17) = 16 \cdot 17^2 - 722 \cdot 17 + C$$

$$\Rightarrow C = 8564$$

Für den Übergang zur 4. Phase ergibt sich

$$s(22) = 16 \cdot 22^2 - 722 \cdot 22 + 8564 = 424 \quad [ft]$$

4 Phase Die Rakete fällt mit konstanter Geschwindigkeit von -18 ft/s zu Boden

Integrieren liefert

$$s(t) = -18 \cdot t + c$$

mit der Randbedingung

$$424 = s(22) = -18 \cdot 22 + c$$

$$\Rightarrow \quad c = 820$$

Damit erhält man den Aufschlagzeitpunkt

$$0 = -18 \, t_a + 820$$

$$\Rightarrow \quad t_a = 45,\overline{5} \quad [s].$$

Die maximale Höhe ergibt sich in Phase 2. Man erhält als ~~Ex~~ Extremstelle

$$0 = -32 \, t_e + 366$$

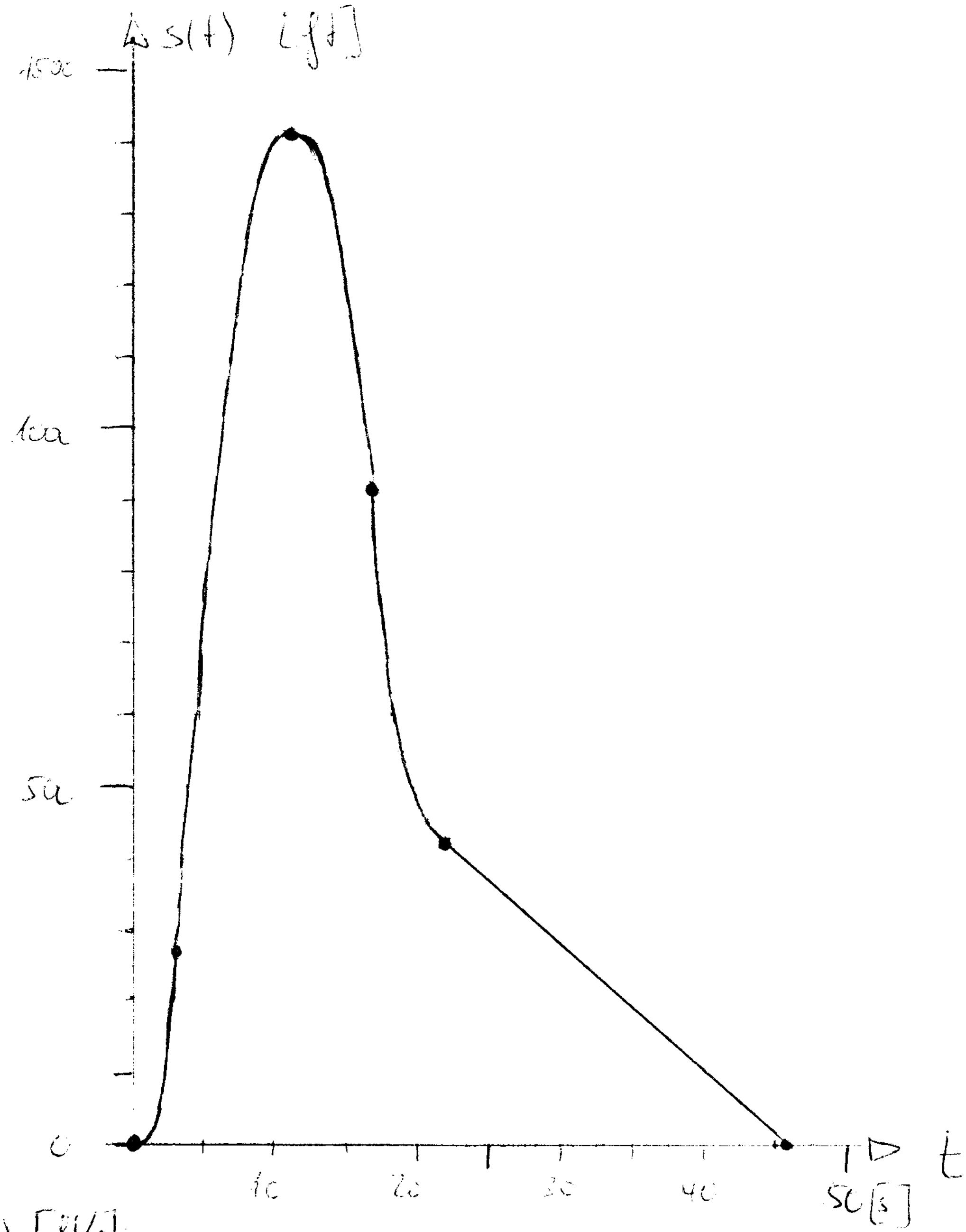
$$\Rightarrow \quad t_e \approx 11,4 \quad [s]$$

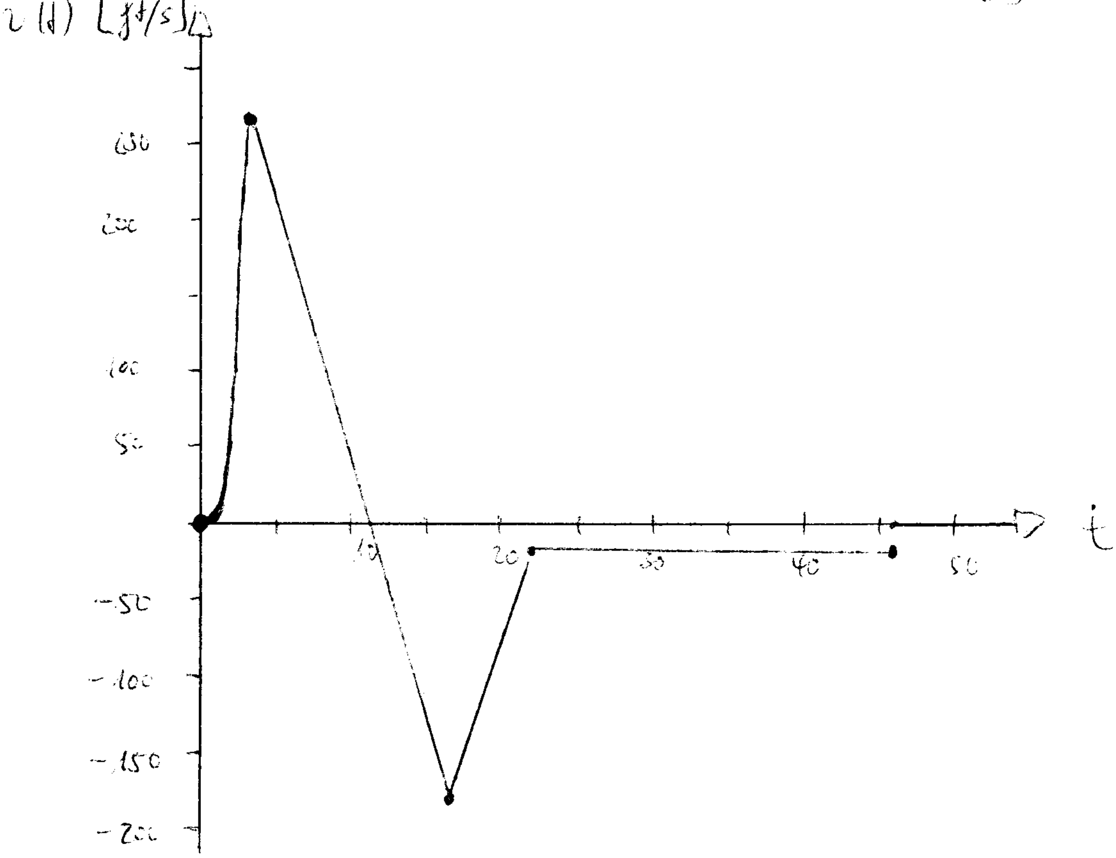
mit der Höhe

$$s(11,4) = -16 \cdot (11,4)^2 + 366 \cdot 11,4 - 684$$

$$\approx 1409 \quad [ft]$$

Damit ergeben sich zusammenfassend die beiden folgenden Graphen:


s(t) [ft]
100
50
0
10
20
30
40
50 [s]
t


v(t) [ft/s]
50
-50
-100
-150
10
20
30
40
50
t