

Behandelte und geplante Themen zur Veranstaltung **Mathematik 1** für MP-08.

Die Liste wird fortlaufend aktualisiert.

Datum	Inhalt in Stichworten
Montag, 22.9.2008	<p>Organisatorisches</p> <p>Zahlen: natürliche Zahlen, ganze Zahlen, rationale Zahlen, Visualisierung auf dem Zahlenstrahl, Wahl des Ursprungs / der Längeneinheit, jeder Punkt kann durch rationale Zahlen angenähert werden, irrationale Zahlen, z.B. Wurzel 2 (angedeuteter Beweis über Teilbarkeitseigenschaften)</p>
Dienstag, 23.9.2008	<p>Charakterisierung irrationaler Zahlen über Dezimalzahldarstellung: unendlich viele Nachkommastellen ohne Periodizität, Beispiele zum schriftlichen Dividieren,</p> <p>Berechnung von Wurzeln: Intervallschachtelung, Heron-Verfahren</p> <p>Wurzeln aus negativen Zahlen? Imaginäre Einheit, komplexe Zahlen, Realteil, Imaginärteil, konjugiert komplexe Zahl, Grundrechenarten für komplexe Zahlen, Gaußsche Zahlenebene, reelle Achse, imaginäre Achse (Hinweis auf Anwendung in der E-Technik: Beschreibung von Wechselströmen)</p> <p>quadratische Gleichung und Lösungsformel aus reeller und komplexer Sicht</p>
Mittwoch, 24.9.2008/ Donnerstag, 25.9.2008	<p>Gaußsche Zahlenebene, reelle und imaginäre Achse, Betrag einer komplexen Zahl / Abstand vom Ursprung, kubische Gleichung: erste Lösung durch Raten, Polynomdivision, Faktorisierung, dritte Einheitswurzeln, Einheitswurzeln als Eckpunkte regelmäßiger Vielecke, Fundamentalsatz der Algebra</p> <p>$0,1010010001\dots$ irrational, $0,9999\dots=1$ (Abstand 0)</p> <p>Mengenlehre: Was ist eine Menge? aufzählende Beschreibung, Mengenklammer, "für die gilt"-Symbol, N, Z, Q, R, C; Reihenfolge der Elemente unwichtig, Teilmenge</p> <p>Schnittmenge, Vereinigungsmenge, Differenzmenge</p>
Montag, 29.9.2008	<p>Intervalle, Ungleichungen, Vorzeichen-tabelle, schnelles Lösen quadratischer Ungleichungen, Betragsfunktion, Fallunterscheidung</p>

Datum	Inhalt in Stichworten
Dienstag, 30.9.2008	<p>Beispiel: Ungleichung mit Vorzeichentabelle</p> <p>Beispiel: Betragsgleichung</p> <p>Trigonometrie: Messen und Rechnen mit Dreiecken, Winkelmessung im Grad- und Bogenmaß</p> <p>Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck, Sinus, Kosinus, Tangens, Kotangens, Sekans, Kosekans, Satz des Pythagoras</p> <p>Zeichnerisches Bestimmen von trigonometrischen Werten</p> <p>spezielle Werte (zwei Dreiecke)</p>
Mittwoch, 1.10.2008 / Donnerstag, 2.10.2008	<p>trigonometrische Funktionen für beliebige Winkel, Einheitskreis, Sinus-, Kosinus-, Tangensfunktion, Tipps zum Zeichnen der Graphen, graphisches Dividieren</p> <p>Wie berechnet der Taschenrechner trigonometrische Werte? Taylor-Reihe zu Sinus- und Kosinus-Funktion. Tabelle mit Summanden und Partialsummen</p> <p>trigonometrischer Pythagoras, Additionstheoreme</p> <p>Taylor-Reihe zur Exponentialfunktion, komplexe Zahlen einsetzen, Eulersche Formel</p>
Montag, 6.10.2008	<p>Herleitung der Additionstheoreme, Spezialfall: Doppelwinkelformeln</p> <p>Beispiel trigonometrische Gleichung (graphisches und rechnerisches Auffinden der ersten Lösung, weitere Lösungen durch Symmetrieüberlegungen,)</p>
Dienstag, 7.10.2008	<p>lineare Gleichungssysteme, intuitive Stufenform, Gauß-Algorithmus, erlaubte Zeilenumformungen, Pivotelemente, Definition der Stufenform, Lösbarkeitskriterium, Kriterium über Anzahl der Lösungen, Variable zu pivotfreier Spalte frei wählbar</p>
Mittwoch, 8.10.2008 / Donnerstag, 9.10.2008	<p>Beispiele linearer Gleichungssysteme</p>
Montag, 13.10.2008	<p>Wiederholung, Beispiele zur Trigonometrie: Additionstheorem, Subtraktionstheorem, Symmetrie der Kosinus- und Sinusfunktion, trigonometrische Gleichungen und Ungleichungen</p>

Datum	Inhalt in Stichworten
Dienstag, 14.10.2008	Vektorrechnung: Definition Spaltenvektor, Addition, Subtraktion, skalare Multiplikation, Visualisierung: Pfeile, Verschiebbarkeit, Parallelogramm, Summe als Diagonale oder als Hintereinanderlegung, Differenz als Verbindung der Pfeilspitzen, Länge, Richtung, Einheitsvektoren
Mittwoch, 15.10.2008 / Donnerstag, 16.10.2008	<p>Beispiel Statik (Welches Seil reißt zuerst?)</p> <p>Beispiel: Addition zweier Kräfte</p> <p>Winkelmessung: Skalarprodukt, Abgrenzung von der skalaren Multiplikation, Definition über Komponenten, Winkelzusammenhang über Additionstheoreme bei Einheitsvektoren, Winkelformel für allgemeine Vektoren, Vorzeichen entscheidet, ob spitzer, rechter oder stumpfer Winkel, Besonderheit: Produkt kann 0 sein, auch wenn beide Faktoren nicht null sind</p>
Montag, 20.10.2008	Rechenregeln für Skalarprodukt, Projektion, Herleitung der Formel, Komponente der Projektion, Anwendung: physikalische Arbeit als Skalarprodukt
Dienstag, 21.10.2008	<p>Vektorprodukt, Merkregel, Rechenregeln, geometrische Bedeutung, Richtung senkrecht auf Faktoren, Länge gleich Flächeninhalt des aufgespannten Parallelogramms, Anwendung: Drehmoment</p> <p>Wiederholung Geradengleichungen aus der Schule, Parameterdarstellung von Geraden, fester Punkt, Richtungsvektor, Parameter (Visualisierung: Auto fährt Gerade entlang, Parameter als Uhrzeit)</p>
Mittwoch, 22.10.2008 / Donnerstag, 23.10.2008	<p>(ebene) Geradengleichung aus der Schule als lineare Gleichung, Gauß-Algorithmus/Rücksubstitution liefert Parameterdarstellung</p> <p>Beispiel: Parametergleichungen aufstellen, Gerade im Raum zeichnen, symmetrische Gleichungen, lineares Gleichungssystem, Lösung über Gauß-Algorithmus, Wann stellen zwei Parameterdarstellungen dieselbe Gerade dar? Parallelität und festen Punkt kontrollieren ODER Anzahl Schnittpunkte über Gauß-Algorithmus,</p> <p>Definition und rechnerischer Nachweis windschiefer Geraden</p>
Montag 27.10.2008	<p>Abschnitt 13.5 "Equations of Lines and Planes", Unterabschnitt "Planes":</p> <p>Parameterdarstellungen von Ebenen, Normalenvektor, Ebenengleichung, Gauß-Algorithmus liefert Parameterdarstellung, Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene,</p>
Dienstag, 28.10.2008	Schnittgerade zweier Ebenen, Abstand eines Punkts von einer Ebenen, Abstand paralleler Ebenen, Abstand windschiefer Geraden über Kreuzprodukt und parallele Ebenen

Datum	Inhalt in Stichworten
Mittwoch, 29.10.2008 / Donnerstag, 30.10.2008	Abstand windschiefer Geraden über Gauß-Algorithmus, Übung im Rechnen ohne Taschenrechner Beispiel: 3 Lösungen einer Hausaufgabe (Einheitsvektor mit Winkel 60 Grad zu $v=(3,4)$), zeichnerisch, rechnerisch über Additionstheoreme, rechnerisch über Skalarprodukt
Montag, 3.11.2008	Polarkoordinaten, Definition, Umrechnung zwischen kartesischen und Polarkoordinaten komplexe Zahlen in Polarkoordinaten, Betrag, Argument (=Winkel), Exponentialbeschreibung über Eulersche Formel, einfachere Beschreibung der Multiplikation komplexer Zahlen: Beträge werden multipliziert und Argumente addiert, Potenz komplexer Zahlen: Beträge werden potenziert und Argumente multipliziert, Wurzeln komplexer Zahlen: Wurzel aus Betrag und Argument dividieren
Dienstag, 4.11.2008	Mehr Details zu Wurzeln komplexer Zahlen, es gibt n komplexe n -te Wurzeln, Wurzeln liegen gleich-mäßig auf Kreislinie, Formeln für n -te Wurzeln Grenzwerte motiviert am Beispiel Definitionslücke - was machen die Funktionswerte bei Annäherung an die Lücke? Tabelle, Annäherung ist unendlicher Prozess, Beispiel: Grenzwerte zur Beschreibung einer stückweise definierten Funktion
Mittwoch, 5.11.2008 / Donnerstag, 6.11.2008	Nochmal Beispiel: Graph stückweiser definierter Funktion, Grenzwertberechnung unabhängig vom Funktionswert, Wurzelbeispiel mit irreführender Tabelle, Gefahren einer Tabelle, numerische Probleme bei Subtraktion annähernd gleicher Zahlen, endliche Genauigkeit bei Taschenrechner führt zu Lücken bei Annäherung, Abhilfe durch Umformen (Erweitern mit konjugiertem Wurzelausdruck), überarbeitete Tabelle, Nichtexistenz einseitiger Grenzwerte, uneigentliche Grenzwerte über Tabelle, Nicht-Existenz: "näher, aber nicht nah", vertikale Asymptoten, Korrektur der Schul-Definition - Asymptote kann erreicht werden, Tangensfunktion mit unendliche vielen Asymptoten
Montag, 10.11.2008	Grenzwertsätze, Vertauschungscharakter der Formeln, Definition eines Polynoms, Grenzwerte von Polynome durch Einsetzen bestimmen, Definition einer rationalen Funktion, Berechnung durch Einsetzen an allen definierten Stellen, Nullstellen des Nenners bereiten Probleme, 1. Fall: Zähler auch null: Dann faktorisieren, kürzen und erneute rationale Funktion bewerten; 2. Fall: Zähler nicht null: Dann vertikale Asymptote, beide einseitigen Grenzwerte uneigentlich (nicht notwendig gleich)
Dienstag, 11.11.2008	Diskussion des Falls vertikaler Asymptoten bei rationalen Funktionen, weitere Beispiele zu Grenzwertsätzen

Datum	Inhalt in Stichworten
Mittwoch, 12.11.2008 / Donnerstag, 13.11.2008	Stetigkeit; Definition: Stetigkeit an einer Stelle; Analyse der Definition - Existenz des Funktionswertes, Existenz des Grenzwertes und Übereinstimmen der beiden, Definitionslücke, "Schluckauf", Sprung, vertikale Asymptoten, Stetigkeit auf einem Intervall, Technisches Detail: einseitige Stetigkeit in Randpunkten, Bedeutung: Funktion ohne Absetzen zeichnen können, Stetigkeit als Grenzwertsatz, Stetigkeit bei wichtigen Funktionen, Addition usw. stetiger Funktionen ist stetig, Hintereinanderausführung stetiger Funktionen ist stetig
Montag, 17.11.2008	Zwischenwertsatz, Bisketionsverfahren
Dienstag, 18.11.2008	Definition der Ableitung über Grenzwert, Differenzierbarkeit als Darstellbarkeit der Funktion als Gerade in einer kleinen Umgebung, Tangente, Tangentengleichung, Bedeutung der Tangente als Näherungsfunktion für komplizierte Funktionen
Mittwoch, 19.11.2008 / Donnerstag, 20.11.2008	Graphisches Differenzieren der Sinus-Kurve Elementare Ableitungsregeln: Konstante, Potenzen, Linearkombinationen, Spezialfälle: Wurzeln, Multiplikation mit einer Zahl
Montag, 24.11.2008	Produktregel (Zwischenschritt: Struktur der Produktregel hinschreiben), Quotientenregel (Bruchstrich zuerst!), Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion über Reihendarstellung, Ableitung der Tangensfunktion als Bruch Sinus geteilt durch Kosinus Einführung in Kettenregel, innere und äußere Funktion
Dienstag, 25.11.2008	weitere Beispiele zur Kettenregel
Mittwoch, 26.11.2008 / Donnerstag, 27.11.2008	Newton-Verfahren, Erklärung des Verfahrens (Verwenden der Tangentennäherung), Dokumentation der Rechnung über Tabelle, Startnäherung aus Zeichnung
Montag, 1.12.2008	Lösungspunkte einer Gleichung über Newton-Verfahren, Kombination mit Polynomdivision
Dienstag, 2.12.2008	Lösungsmenge einer Gleichung, Eigenschaft eines Funktionsgraphens (höchstens ein Schnittpunkt mit senkrechter Geraden), implizit definierte Funktionen, Kreisgleichung, Blatt von Decartes, implizites Differenzieren (Rezept)

Datum	Inhalt in Stichworten
Mittwoch, 3.12.2008 / Donnerstag, 4.12.2008	Extremwerte: Definition lokaler und globaler Extrema, Sprachliches Details: Extremstelle / Extremwert “Fermatscher Satz”: Ist f differenzierbar an Extremstelle, dann ist Ableitung 0; Definition kritische Stelle (mögliche Extremstelle), Beispiel x^3 , Betragsfunktion Beispiel: Polynom auf abgeschlossenem Intervall, Berechnung lokaler und globaler Extrema, Faktorisierung der Ableitung, Vorzeichen-tabelle, steigend, fallend, lokale Extrema aus Vorzeichenwechsel; globale Extrema aus Wertetabelle der kritischen Stellen und der Randpunkte
Montag, 8.12.2008	Theoretische Nachbetrachtung des Beispiels der Vorwoche: Rezept zum Berechnen globaler Extremwerte (stetige Funktion auf abgeschlossenem Intervall), Erstes Ableitungskriterium
Dienstag, 9.12.2008	Krümmungsverhalten, konvex, konkav, links-/rechtsgekrümmt, Smiley-Faces, mögliche Wendestellen, Methode der Vorzeichentabelle für zweite Ableitung, Beispiel Potenzfunktion
Mittwoch, 10.12.2008 / Donnerstag, 11.12.2008	Beispiel: Kurvendiskussion einer trigonometrischen Funktion, Periodizität, Faktorisierung unter Verwendung von Additionstheoremen und des trigonometrischen Pythagoras, Monotonieverhalten, Extrema, Krümmungsverhalten, Verwendung von Skizzen zum Ablesen der kritischen Stellen / möglichen Wendestellen und der Vorzeichen, Berechnung von Funktionswerten mit Dreiecken und Symmetriebetrachtungen
Montag, 15.12.2008	Zurück zum Beispiel der Potenzfunktion, warum ist die Ableitung an einigen Stellen nicht definiert? Betrachtung der Grenzwerte der Ableitungsfunktion, senkrechte Tangenten Einführung Grenzwerte im Unendlichen
Dienstag, 16.12.2008	horizontale Asymptoten (Beispiele schwach/stark gedämpfte Schwingungen), Gegenbeispiel: ungedämpfte Schwingung, Technik des Ausklammerns des am stärksten wachsenden Terms, Behandlung von Wurzeln
Mittwoch, 17.12.2008 / Donnerstag, 18.12.2008	Beispiele Kurvendiskussion, schräge Asymptoten mathematische Anwendung monotoner Funktionen beim Rechnen mit Ungleichungen
Montag, 5.1.2008	Umkehrung des Differenzierens: Stammfunktionen, Mehrdeutigkeit der Stammfunktionen, Rückwärtslesen der Ableitungsregeln, graphisches Lösen: Richtungsfeld, Richtungselement, Alternative: Umkehrung des graphischen Differenzierens

Datum	Inhalt in Stichworten
Dienstag, 6.1.2008	<p>Integrationskonstanten bei zweimaligem Integrieren, Integrationskonstante kann auf jedem Intervall neu gewählt werden</p> <p>Kinematik-Beispiel</p> <p>Definition Summenzeichen</p>
Mittwoch, 7.1.2008 / Donnerstag, 8.1.2008	<p>Beispiele zum Summenzeichen, einige Rechenregeln, Summenformeln, Gauß-Anekdote</p> <p>Messen von Flächeninhalten: Rechteck-Fläche=Länge*Breite, Flächeneinheit=Längeneinheit zum Quadrat, Kästchenzählen, Beispiel $4/(1+x^2)$</p> <p>Flächeninhalt unter einem Graphen einer positiven Funktion: Approximation durch Rechtecke, Grenzübergang "unendlich viele Rechtecke" motiviert Definition des bestimmten Integrals</p>
Montag, 12.1.2008	<p>Flächeninhalt einer positiven Funktion, Riemann-Summen, Definition des bestimmten Integrals, Beispielrechnung Integral über Grenzwert der Riemann-Summen</p> <p>kurze Andeutung: Numerische Verfahren basieren auf Riemann-Summen mit geeignet gewählten Stützstellen</p> <p>bestimmtes Integral = Fläche oberhalb - Fläche unterhalb</p> <p>Beispiele: bestimmtes Integral über einfache Flächenberechnungen</p> <p>Regel: Integral von a bis b = Int von a bis c + Int von c bis b</p>
Dienstag, 13.1.2008	<p>Integralfunktion</p> <p>Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (Voraussetzung: stetiger Integrand)</p> <p>Interpretation als Ableitungsregel, Interpretation Umkehrung der Differentiation, Anwendung: Berechnung bestimmter Integrale per Stammfunktion</p>
Mittwoch, 14.1.2008 / Donnerstag, 15.1.2008 (verlegt auf Freitag, 16.1.)	<p>Substitutionsregel, Beispiele zur Integration</p>