

Hausaufgaben für MP-08, Mathematik 2 zum 7.4.2009

Abgabe am Dienstag (bis 14 Uhr in meinem Briefkasten, Haus 15).

Aufgabe 1

Bearbeiten Sie im schon gelesenen Abschnitt 7.7 *Indeterminate Forms and L'Hospital's Rule* die geraden Aufgaben 42 – 62 und 68 – 72 (Definitionsbereich, Verhalten am Rand des Definitionsbereichs, Monotonie- und Krümmungsverhalten, Zeichnung).

Aufgabe 2

Bearbeiten Sie im Abschnitt 8.1 *Integration by Parts* (braucht nicht gelesen zu werden - entspricht der Vorlesung) die geraden Aufgaben 4 – 36.

Aufgabe 3

Lesen Sie Abschnitt 8.7 *Approximate Integration*.

Vergleichen Sie Beispiel 1 mit der Behandlung in der Vorlesung. Dort hatten wir nur vier Intervalle verwendet, erhielten aber aufgrund des Romberg-Schemas einen besseren Näherungswert. Beachten Sie auch, wie die Bilder helfen, die Güte der Näherung zu beurteilen. Da $1/x$ eine konvexe Funktion ist, liefert die Trapezregel eine obere Schranke für den tatsächlichen Wert. Die Tabelle auf Seite 556 zeigt, dass unser beschleunigtes Verfahren mit 4 Intervallen ähnlich gute Werte liefert wie die im Buch angegebenen Standard-Verfahren mit 10 bzw. 20 Intervallen. In Anmerkung 1 wird wie in der Vorlesung auf die Problematik der sich aufsummierenden Rundungsfehler hingewiesen, wenn man zu viele Intervalle verwendet.

Die Fehlerschranken (*error bounds*) auf Seite 557 und die anschließenden Beispiele zeigen, wie man die Güte eines Näherungswertes beweisbar beurteilen kann.

Überfliegen Sie auch den Unterabschnitt *Simpson's Rule*. Beachten Sie die Formel

$$S_{2n} = \frac{1}{3}T_n + \frac{2}{3}M_n$$

Wir hatten die Formel

$$T_{2^{k+1}} = \frac{1}{2}(T_{2^k} + M_{2^k})$$

angegeben und im Romberg-Schema berechnen wir in der ersten neuen Spalte die Linearkombination

$$\frac{4}{3}T_{2^{k+1}} - \frac{1}{3}T_{2^k} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}(T_{2^k} + M_{2^k}) - \frac{1}{3}T_{2^k} = \frac{1}{3}T_{2^k} + \frac{2}{3}M_{2^k}$$

Also stehen die Werte der Simpson-Regel S_2, S_4, S_8, \dots in der ersten neuen Spalte unseres Schemas.

Bearbeiten Sie die Aufgaben 13 und 15 mit dem Romberg-Schema aus der Vorlesung. Skizzieren Sie auch die Graphen anhand der berechneten Funktionswerte.

Bearbeiten Sie die Aufgaben 30 und 38 mit einem Verfahren Ihrer Wahl.

Aufgabe 4 (freiwillig)

Bearbeiten Sie Aufgabe 48 im Anhang G *Complex Numbers*.