1. Bestimme das totale Differential

a) $z = x^2 y^3$ b) $u = e^x \cdot \cos(xy)$

c) $w = x^2 y + y^2 z$ d) $w = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

2. Verwende wie in der Vorlesung das totale Differential, um einen Näherungswert der Funktion an der angegebenen Stelle zu berechnen:

a) $f(x,y) = \sqrt{20 - x^2 - 7y^2}$, $(1{,}95;\ 1{,}08)$

b) $f(x,y,z) = x^2 y^3 z^4$, $(1{,}05;\ 0{,}9;\ 3{,}01)$

3. Verwende das totale Differential um einen Näherungswert zu berechnen:

a) $8{,}94 \cdot \sqrt{9{,}99 - (1{,}01)^3}$

b) $\sqrt{0{,}99} \cdot e^{0{,}02}$

4. Verwende das totale Differential, um das Blechvolumen zu schätzen, das man für eine Konservendose benötigt mit einem Durchmesser 8 cm, einer Höhe 12 cm und einer Blechdicke 0,04 cm.

5. Verwende die Kettenregel, um $\frac{dz}{dt}$ bzw. $\frac{dw}{dt}$ zu berechnen:

a) $z = x^2 + y^2$, $x = t^3$, $y = 1 + t^2$

b) $z = \ln(x + y^2)$, $x = \sqrt{1+t}$, $y = 1 + \sqrt{t}$

c) $w = x y^2 z^3$, $x = \sin t$, $y = \cos t$, $z = 1 + e^{2t}$

6. Verwende die Kettenregel, um $\frac{\partial z}{\partial s}$ und $\frac{\partial z}{\partial t}$ zu berechnen

a) $z = x^2 \cdot \sin y$, $x = s^2 + t^2$, $y = 2st$

b) $z = x^2 - 3x^2 y^3$, $x = s \cdot e^t$, $y = s \cdot e^{-t}$

c) $z = 2^{x-3y}$, $x = s^2 \cdot t$, $y = s \cdot t^2$

7. Schreibe die Kettenregel ausführlich auf (wie im Beispiel der Vorlesung)

a) $u = f(x,y)$, $x = x(r,s,t)$, $y = y(r,s,t)$

b) $v = f(p,q,r)$, $p = p(x,y,z)$, $q = q(x,y,z)$, $r = r(x,y,z)$

8. Implizite partielle Differentiation: Berechne $\frac{\partial z}{\partial x}$ und $\frac{\partial z}{\partial y}$ für $z = f(x,y)$ aus:

a) $xy + yz - xz = 0$

b) $x^2 + y^2 - z^2 = 2x(y + z)$

c) $xe^y + yz + ze^x = 0$