

## Kombinatorik & deren Bedeutung.

Die Kombinatorik gilt als eine der Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie, der Statistik und des Operation Research ( OR ); etc. Es ist die Frage nach Anordnungen, Wertekombinationen, Gruppenbildungen etc. **mit** und **ohne Wiederholungen**. Anmerkung: Probieren Sie die genannten Möglichkeiten selbst aus.

### 1. Permutation:

**1.1: Ohne Wiederholungen:** Alle Elemente sind eindeutig identifizierbar! Die Anzahl der Permutationen beträgt:  $P(n) = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!$  ( gesprochen als: „n – Fakultät“ ).

Z. B.: Legen von verschiedenen Münzen in mögliche Reihenfolgen.

**1.2: Mit Wiederholungen:** m Elemente seien nicht unterscheidbar:  $\bar{P} = \frac{n!}{m!}$ .

Z. B.: Auf wie viele Weisen sind die Buchstaben in „Mississippi“ legbar?

### 2. Variation:

**2.1: Ohne Wiederholungen:** Jedes Element tritt **einmal** auf. Die Zahl der Variationen von m Elementen aus n

Elementen beträgt:  $V(m, n) = \frac{n!}{(n-m)!}$

Z. B.: Aus 3 Münzen dürfen nur 2 genommen werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es unter Berücksichtigung der Reihenfolge der Entnahme?

**2.2: Mit Wiederholungen:** Jedes Element darf m - mal auftreten:  $\bar{V}(m, n) = n^m$

Z. B.: Im Dezimalsystem werden die Ziffern: 0, ..., 9 benutzt. Wie viele vierstelligen Zahlen sind darstellbar?

Lösung:  $\bar{V}(4, 10) = 10^4 = 10000$ , nämlich von: 0000, ..., 9999.

### 3. Kombination:

Die Auswahl von m Elementen aus n Elementen ohne Reihenfolge heißt Kombination.

**3.1: Ohne Wiederholungen:** Die Zahl der Kombinationen von m Elementen aus n Elementen beträgt ( das ist

der Binomialkoeffizient der binomischen Formel ):  $K(m, n) = \frac{V(m, n)}{P(m)} = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \binom{n}{m}$

Z. B.: Das Lottospiel ist das geläufige Beispiel:  $K(6, 49) = \frac{49!}{6! \cdot 43!} = 13983816$  Möglichkeiten.

**3.2: Mit Wiederholungen:** Die Zahl der Kombinationen von m Elementen aus n Elementen

beträgt:  $\bar{K}(m, n) = \binom{n+m-1}{m} = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}$

Z. B.: Es gebe mehrere Münzen; es können davon aber nur zwei in beliebiger Reihenfolge gelegt werden mit einer zugehörigen Information. Wie viele verschiedene Informationen können dargestellt werden?

**Hinweis:** Diese Ansammlung von Formeln und von Beispielen ist keineswegs vollständig.

Binomialkoeffizient, erweitert als **Polynomialkoeffizient:**  $\binom{n}{m_1, \dots, m_r} = \frac{n!}{m_1! \cdot \dots \cdot m_r!}$  mit  $\sum_{i=1}^r m_i = n$  ;

Die Zahl von Permutationen mit Wiederholung von n Elementen mit r Klassen und  $m_i$  identischen Elementen in

der j-ten Klasse ( j = 1, ..., r ) beträgt:  $P(n, r) = \frac{n!}{m_1! \cdot \dots \cdot m_r!}$  ; mit :  $\sum_{i=1}^r m_i = n$  ;

etc., etc., ( Siehe Literatur ) .

**Anmerkung:** 1. Eine Erstaussage mag u. a. Druckfehler enthalten.

2. Beachten Sie, daß trotz DIN – Normen fast jeder Lehrbuchautor seine eigene Notationen wählt.

3. Diese Aufzählung ist keineswegs vollständig, jedoch die Grundlage für die Überlegungen zur Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung des zweiten Semesters.