

L 02 - Mathematik– Klausur Nr. 3, Wintersemester 2002 / 11. 07. 2003 / Haus 7 / Raum 717 / 09 – 11 Uhr
Klaus R. F. Bätjer, Dr., Prof., TFH Wildau, FB I WI

Allgemeine Hinweise: 1. Stellen Sie sicher, daß die Prüfung anerkannt wird; 2. Weisen Sie sich aus; 3. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten; 4. Erlaubt sind nur Papier und Schreibwerkzeug; 5. Korrigiert werden auch mit Ihrem Namen versehene Blätter, jedoch mit einem Punktabzug; 6. Die Klausur wird bestanden, indem aus jeder der fünf Gruppen eine Aufgabe korrekt gelöst wird und mindestens 50 Punkte erreicht werden; 7. Jede Aufgabe zählt 10 Punkte. 8. Die Bekanntgabe der Note geschieht schnellstmöglich über das Prüfungsamt; 9. Dies ist die dritte und letzte Prüfungsklausur.

Geben Sie **Ihren Namen** und die Matrikelnummer an:

Aufgaben und Ihre Lösungen:

A. 01: Zeigen Sie, daß gilt: $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$ für $n \geq 0$!

A. 02: Wie viele Elemente hat die Menge: $A = \left\{ x \mid x \text{ ist Lösung von } : x^3 = +27 \right\}$? (Achtung: Fallunterscheidungen)

B. 03: Für welchen Wert von: x wird die Gleichung: $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x} = 1$ gelöst ?

B. 04: Lösen Sie die Gleichung: $x^3 + 8 = 0$.

C. 05: Schreiben Sie: $\mathbf{a}^T = (1,4)$ als Linearkombination von: $\mathbf{b}^T = (1,1)$ \wedge $\mathbf{c}^T = (2,-1)$ hin.

C. 06: Lösen Sie unter Angabe aller Determinanten :

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 3 \\ x + y + z &= 1 \\ x - 2y - 3z &= 4 \end{aligned}$$

D. 07: Wie lauten das absolute Maximum und Minimum von: $f(x) = \frac{x^2}{16} + \frac{1}{x}$ im Intervall: $[1, 4]$?

D. 08: Geben Sie die Taylorreihe von: $f(x) = x^4$ um den Wert : $a = -3$ an !

E. 09: Integrieren Sie: $f(x) = x \cdot e^{3x}$!

E. 10: Was ergibt: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin x \cdot dx$?

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Das Ergebnis der Klausur lautet: Bearbeitete Aufgabengruppen (A/B/C/D/E);

Bestanden: Ja / Nein

Richtig bearbeitete Aufgaben: (01/02/03/04/05/06/07/08/09/10); Bestanden: Ja / Nein

Die von 100 möglichen Punkten erreichte Punktzahl beträgt:

Damit lautet Ihre Klausurnote:

Klaus R. F. Bätjer

Wildau, den 12.07.2003

Aufgaben mit den Lösungen und der Herkunft der Lösungen:

<p>A. 01: Zeigen Sie, daß gilt: $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$ für $n \geq 0$!</p> <p>DM.1.201.: $A(n=0)$: $1 = 1$ wahr; sei $A(n)$ wahr, dann \rightarrow durch Addition von 2^{n+1} auf beiden Seiten: $A(n+1)$: $1 + \dots + 2^n + 2^{n+1} = 2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} = 2 \cdot 2^{n+1} = 2^{n+2} - 1$; q. e. d.</p>
<p>A. 02: Wie viele Elemente hat die Menge: $A = \left\{ x \mid x \text{ ist Lösung von } : x^3 = +27 \right\}$? (Achtung: Fallunterscheidungen)</p> <p>DM.1.159.(f): Ist: A die Menge reeller Zahlen, ist $n = 1$; ist: A die Menge komplexer Zahlen, ist $n = 3$.</p>
<p>B. 03: Für welchen Wert von: x wird die Gleichung: $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x} = 1$ gelöst ?</p> <p>CAT.2.218: Nach mehrfachem Quadrieren ergeben sich die Werte: $x_1 = 1 \wedge x_2 = \frac{1}{4}$</p>
<p>B. 04: Lösen Sie die Gleichung: $x^3 + 8 = 0$.</p> <p>CAT.11.72: Elementar oder mittels de Moivre`s Formeln: $x_1 = -2; x_2 = 1 + i\sqrt{3}; x_3 = 1 - i\sqrt{3}$.</p>
<p>C. 05: Schreiben Sie: $\mathbf{a}^T = (1,4)$ als Linearkombination von: $\mathbf{b}^T = (1,1) \wedge \mathbf{c}^T = (2,-1)$ hin.</p> <p>DM.4.16: Es ergibt sich nach der Rechnung: $\mathbf{a}^T = 3 \cdot \mathbf{b}^T - 1 \cdot \mathbf{c}^T$.</p>
<p>C. 06: Lösen Sie unter Angabe aller Determinanten :</p> $\begin{array}{rcl} 2x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & 3z & = & 4 \end{array}$ <p>DM.4.194: $D = 5; D_x = 10; D_y = -5; D_z = 0; \rightarrow x = 2; y = -1; z = 0$.</p>
<p>D. 07: Wie lauten das absolute Maximum und Minimum von: $f(x) = \frac{x^2}{16} + \frac{1}{x}$ im Intervall: $[1, 4]$?</p> <p>CA.13.26.: $f(x) = \frac{x^2}{16} + \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = 0 = \frac{x}{8} - \frac{1}{x^2} \rightarrow x = +2 \wedge f(x) \begin{array}{l} x \\ +1 \\ +2 \\ +4 \end{array} \begin{array}{l} +1 \\ \frac{3}{4} \\ \frac{5}{4} \end{array} \rightarrow \text{Max}(x = +4); \text{Min}(x = +2)$</p>
<p>D. 08: Geben Sie die Taylorreihe von: $f(x) = x^4$ um den Wert $a = -3$ an !</p>

CA.39.38: Es gilt: $f(x) = x^4 = [-3 + (x+3)]^4 = 81 - 108 \cdot (x+3) + 54 \cdot (x+3)^2 - 12 \cdot (x+3)^3 + (x+3)^4$

E. 09: Integrieren Sie: $f(x) = x \cdot e^{3x}$!

CA.28.13: Über Ansatz oder partielle Integration ergibt sich: $F(x) = \int x \cdot e^{3x} dx = \frac{1}{9} e^{3x} (3x - 1) + C$.

E. 10: Was ergibt: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin x \cdot dx$?

CA.20.21.: Mittels Substitution folgt: $\int \cos x \sin x dx = \frac{1}{2} \sin^2 x + C \rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin x \cdot dx = \frac{1}{2}$

Die Kürzel bedeuten Literaturhinweise und Quellen der Klausuraufgaben wie folgt:

CA: 3000 Solved Problems in Calculus; E. Mendelson, Schaum's Solved Problem Series;

CAT: 2500 Solved Problems in Collage Algebra and Trigonometry; P. Schmidt, Schaum's Solved Problem Series;

DM: 2000 Solved Problems in Discrete Mathematics; S. Lipschutz, Schaum's Solved Problem Series;

LA: 3000 Solved Problems in Linear Algebra; S. Lipschutz, Schaum's Solved Problem Series.