Bätjer, Klaus R. F., Dr. rer. nat., Prof., TFH Wildau, Fachbereich Ingenieurwesen - Wirtschaftsingenieurwesen, Haus 1, Raum 1205, Telefon: 03375 - 508 121

Dienstag, 10. September 2002

Das ABC für die „Mathematik 1 + 2“

Anleitung: Dies ist eine für die Studenten verfaßte alphabetische Anleitung mit Anhängen für die Kurse "Mathematik 1 + 2" und wie die Prüfungen erfolgreich bestanden werden können; beachten Sie auch die mündlichen und verbindlichen Erläuterungen während der ersten Vorlesung hierzu.

Anwesenheit: Der Kurs soll den Studenten helfen, sich in der Mathematik, der Naturwissenschaft und der Physik orientieren zu können, die für den späteren Beruf und für das Studium von Bedeutung sind. Es wird leichter fallen, sich zu orientieren, wenn Sie an dem Kurs teilnehmen. Es wird aber der einzelnen Person kein Nachteil erwachsen, falls diese sich die Kursinhalte anderweitig angeeignet, die Hausaufgaben löst und die abschließenden Prüfungen erfolgreich besteht.

Bücher: Es gibt viele Bücher zur "Mathematik 1 + 2", viele Formelsammlungen, Computersoftware und auch Fernstudienmaterialien, die zum Teil auch in der TFH Wildau - Bibliothek vorhanden sind.
Englischkenntnisse gehören heute zum Ingenieurberuf, da die Entwicklungen der Ingenieure in dieser Sprache veröffentlicht werden; außerdem werden Kenntnisse des historischen, des kulturellen und des politischen Hintergrunds von Europa und der Welt erwartet, die erarbeitet werden müssen.

Computer: Jeder Student sollte einen Computer (PC) nutzen können. Der Umgang mit dem PC ist essentiell. In der TFH Wildau gibt es im Haus 13 das Rechenzentrum und weitere PC – Stationen, in denen der Umgang mit dem PC, mit Programmen und mit dem Internet allein oder unter Anleitung gelernt und geübt werden kann.

Fehlen bedeutet, daß der Stoff auf andere Art erarbeitet werden muß. Fehlen bei Prüfungen bedeutet die Note: "5,0 = nicht bestanden"; Informationen kann das Dekanat und das Prüfungsamt geben.

Folien: Teile der Vorlesung werden ggf. auf Folie geschrieben und projiziert. Dadurch kann der Entwicklung mathematischen Ideen gefolgt werden, ohne mitschreiben zu müssen..
Die Folien sind für Studienzwecke kurzfristig ausleih- und kopierbar.

Hausaufgaben: Wöchentlich werden etwa 6 Hausaufgaben gestellt, die bis Montagmorgen um 9 Uhr korrekt gelöst und mit einem Namen versehen in meinem Postfach im Haus 1 abgegeben werden müssen und die dann von Tutoren korrigiert werden.
Die Aufgaben und eine Lösung dazu werden auf meiner Homepage der TFH Wildau bereitgestellt unter: www.tfh-wildau.de; dann: Mitarbeitersites; dann: Prof. Dr. Bätjer, Klaus R. F..
50 % richtig gelöste Hausaufgaben sind Voraussetzung für die Teilnahme an den Prüfungen.

Inhalte des Kurses sind nach diesem "A, B, C ..." als Anhang beigefügt, aber nicht verbindlich. Es existiert ein Inhaltsverzeichnis zurückliegender Kurse im Internet.

Mögliche Wissensdefizite sind eigenständig mittels einschlägiger Lehrbücher zu beheben.

Klausur: Das Datum der Abschlußklausur ist festgelegt. Die Teilnahme an dieser Klausur ist allen Personen möglich, die
1. während des ersten Semesters 50 % der Hausaufgaben richtig gelöst haben und
für die Abschlußklausur des zweiten Semesters gilt zusätzlich, daß
2. eine erfolgreiche Teilnahme an der Mathematik des ersten Semesters vorgewiesen werden muß.

Konsultationen: Außerhalb der Vorlesung und der Übungen stehe ich gern zur Verfügung.

Krankheit: Fragen Sie beim Dekan oder im Prüfungsamt nach, wie Sie sich verhalten müssen.

Literatur: Siehe Bibliothek der TFH Wildau, ohne Anspruch auf Vollständigkeit.

Mündliche Prüfung: Für „Mathematik 3“ der Studienrichtung physikalische Technik ist eine mündliche Prüfung obligatorisch. (Diese mündliche Prüfung dauert maximal 30 Minuten pro Person und umfaßt den Semesterstoff. Während einer mündlichen Prüfung können bis zu drei Kandidaten, der Prüfer, ein Beisitzer und die Öffentlichkeit anwesend sein. Der Beisitzer protokolliert die Prüfung. Nach der Prüfung wird vom Prüfer und vom Beisitzer die Note der Prüflinge festgelegt und diese Note mitgeteilt.)

Normen: - DIN (Deutsche **I**ndustrie **N**orm): Hier sind die deutschen Ingenieurskünste zu finden und auch beim: **- VDI** (**V**erein **D**eutscher **I**ngenieure). Aber: Angelsächsische Normen und Richtlinien spielen eine immer größere Rolle.

Noten: Die Note der Kurse „Mathematik 1“ und „Mathematik 2“ wird durch Hausaufgaben und durch je eine Klausur erreicht. Zum Erwerb der Noten ist es zwingend erforderlich, mehr als 50 % der Hausaufgaben richtig zu lösen, um an der ersten Abschlußklausur teilnehmen zu können. In allen Klausuren müssen 50 % der Aufgaben gelöst werden.
Bei der Abschlußklausur kann gewählt werden, ob die Hausaufgabennote und die Note der ersten Klausur zu einer Note mittels des arithmetischen Mittelwertes kombiniert werden sollen. Die Mittelwertbildung ist ausschließlich für den ersten Klausurtermin möglich.
Es werden zwei bzw. drei (physikalischen Technik) Noten für die Kurse „Mathematik 1“, „Mathematik 2“ bzw. „Mathematik 3" erworben.
Die Noten der Semester werden durch das Prüfungsamt zu einer Endnote zusammengefaßt.

Notenschlüssel der TFH Wildau: Dieser wurden durch Gesetz festgelegt mit: "1,0; 1,3; 1,7; 2,0; 2,3; 2,7; 3,0; 3,3; 3,7; 4,0 und 5,0 = nicht bestanden".
Für die Fachendnoten gelten die Bezeichnungen: "1,0 bis 1,5 = sehr gut; über 1,5 bis 2,5 = gut; über 2,5 bis 3,5 = befriedigend und über 3,5 bis 4,0 = ausreichend". Noten größer als „4,0“ gelten als nicht bestanden: **Jede nicht bestandene Prüfung kann zweimal wiederholt werden**.
Aber: Jede bestandene Prüfung ist nicht mehr in der Note veränderbar.

Prüfungen ermitteln die Leistungen und dienen der Vergabe von Noten nach festgelegten Regeln. Die Art der Prüfung läßt einen größeren Spielraum zu. Für den Kurs „Mathematik 1“ und „Mathematik 2" gibt es Hausaufgaben und Klausuren (Mündliche Prüfungen sind im 3. Semester die Regel).

Prüfungstermin: Die Prüfungstermine liegen zwei Wochen vor und nach den Semestern.
Diejenigen, die an dieser Prüfung nicht teilnehmen können oder diese Prüfung nicht bestehen, haben vor Beginn des folgenden Semesters eine weitere Möglichkeit, die Prüfung abzulegen.
Wird der zweite Termin nicht wahrgenommen, kann die Prüfung in der Regel erst im folgenden Jahr, jedoch nach Absprache, wiederholt werden.

Prüfungstermin für die „Mathematik 1“ - Klausur ist Montag, der 20. Januar 2002, von 10 bis 12 Uhr, im Haus 1, Raum 1003, siehe auch Aushang kurz vor dem Prüfungstermin.

Sprache: In den akademischen Veranstaltung einer Technischen Fachhochschule (= University of Applied Science Wildau) stellt hochdeutsch die Verkehrssprache für alle Teilnehmer dar.

Vorlesung & Übung: In der Vorlesung wird Neues vermittelt und vorgetragen, die Übungen dienen dazu, die gestellten Hausaufgaben an der Tafel zu lösen; diese stellen eine Vorlesungsvertiefung dar. Hausaufgaben werden in beiden Veranstaltungen gestellt.
Die Übungen sind in ihrem Wesen nach eine studentische Veranstaltung, d. h., alle teilnehmenden Personen können mit Fragen kommen, die gemeinsam besprochen und gerechnet werden.

Wiederholungsprüfungen: Für diese Prüfungen zur „Mathematik 1“ und „Mathematik 2“ gibt es nur die Möglichkeit, weitere Klausuren zu schreiben.
Ausstehende Prüfungen sollten so rechtzeitig abgelegt werden, daß eine Teilnahme an der Abschlußklausur bzw. – prüfung möglich ist.

Anhänge:

1. Mathematik: Grundüberlegungen und Literatur

Allgemeines: Mathematik ist eine sehr alte Wissenschaft; es beginnt mit dem Zählen und endet irgendwo in der Zukunft. Zählen in moderner Form kann als Mathematik oder als Statistik begriffen werden; es tritt hinzu Geometrie, Infinitesimalrechnung, Vektoranalysis und vieles mehr. (Das Zählen ist eine ältere Kulturform als das Lesen und das Schreiben.)

Mathematik ist für jeden unentbehrlich, der wissenschaftlich arbeiten will, besonders aber für Ingenieure und Naturwissenschaftler: Sie ist **das** Handwerkszeug. Man kann sagen, daß man damit umgehen können sollte wie ein Künstler mit dem Instrument, seinem Pinsel, etc..

Zum Kennenlernen gehören Interesse, Beispiele und natürlich viel Übung und diese stets von neuem, damit man nichts vergißt und nichts rostet.

In diesem 2 - (3 -) - semestrigen Mathematikkurs werden die zu behandelten Gebiete mit ggf. einem Beispiel oder mit Hinweisen auf Beispiele oder Aufgaben behandelt. Es werden Methoden erforderlich sein, die bereits früher an anderer Stelle ausführlich erläutert wurden.

Der Sinn dieses Kurses besteht darin, wissenschaftliche Zusammenhänge mathematisch formulieren zu können und Formeldarstellungen wiederzuerkennen, auch wenn die verwendeten Symbole anders und ungewöhnlich erscheinen. Weiterhin sollen Normen, Standards und Veröffentlichungen, was die mathematischen Formulierungen angeht, gelesen und verstanden werden können.

Dazu werden - grob skizziert – u. a. die folgenden Gebiete der Mathematik behandelt:

Aussagen und Logik; Wiederholung elementarer Rechenoperationen; elementare Funktionen; Differentiation und Integration; Näherungsmethoden im Sinne numerischer Mathematik; Vektoren; Gleichungssysteme; Matrizenrechnung; Mengenlehre; Operations Research; Komplexe Zahlen; Differentialgleichungen, Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung; spezielle Funktionen; etc..

Für jeden Menschen gibt es andere Zugänge für mathematische Fertigkeiten und Kenntnisse.

Es ist eine Auswahl von Büchern angegeben, die einen (Wieder-) Einstieg ermöglichen, aber es gibt auch andere Lernmittel.

2. Stichwortartige Inhaltsangabe des Mathematikkurses :

Erfahrungsgemäß gibt es unterschiedliche Erfahrungen und Kenntnisse bei den einzelnen Menschen.
Gleiches gilt für Personen, die in dem Fachbereich Ingenieurwesen / Wirtschaftsingenieurwesen in der EDV, der Mathematik, der Physik, etc. ausgebildet werden.

Daher wird allen Teilnehmern eine gemeinsame Basis vermittelt, die dann verbreitert wird und auf der neue Fertigkeiten, neue Kenntnisse und neues Wissen geschaffen werden kann.
Eine einfache Beschreibung der Mathematikinhalte im Studium ist dann:

- Altes, Bekanntes und damit ggf. langweilige Wiederholungen und:
- Neues, Unbekanntes und damit neu zu Lernendes.

Die Grenze zwischen den beiden Bereichen wird für jeden an einer anderen Stelle verlaufen.

Eine mögliche andere Art der Einteilung des Studiums wäre: die Normen, die exakten analytischen Rechenmethoden, die Näherungen und die numerische Methoden und die Schätzungen.
Die Mathematik wird im ersten und im zweiten Semester mit je 6 = 4 + 2 Semesterwochenstunden an der TFH Wildau für die Verfahrenstechnik und der Physikalische Technik gelehrt.

Im dritten Semester wird die Mathematik mit 4 = 2 + 2 Semesterwochenstunden nur für die Studenten der physikalischen Technik ergänzt und vor allem vertieft.

3. Inhalte nach Studienordnung der TFH Wildau (in alphabetischer Reihenfolge und in welchem Semester es unterrichtet wird):

1. - Grundlagen (1 + 3):	**2. - Differentiation und Integration (1 + 3):**
- Grundrechenarten bei reellen Zahlen,	- mit einer unabhängigen Variablen,
- komplexe Zahlen,	- Methoden der Differentiation und Integration,
- Matrizen,	- mit mehreren unabhängigen Variablen (Vektoranalysis),
- n-adische Systeme,	- Methoden zur Vektoranalysis,
- Schätzungen und deren Methoden,	
- Tensoren verschiedener Stufen,	
- Vektoren in allen Rechenarten,	
- zwei- und dreidimensionale Geometrie und Trigonometrie,	

3. - Rechenverfahren der Mathematik (1 + 2 + 3):	**4. - Reihenentwicklung (1 + 2 + 3):**
- Fehlerrechnung,	- Fourier-,
- Iterationen und Rekursionen,	- Potenz-,
- Näherungsverfahren und Algorithmen,	- Taylorreihenentwicklung, etc.,

5. - Differentialgleichungen (2 + 3):	**6. - Spezielle Funktionen (3):**
- Differentialgleichungssysteme,	- Bessel - Funktionen,
- Differentialgleichungen 1. Ordnung,	- Gauß'sche Funktion,
- lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung,	- Kugelfunktionen, etc.,
- partielle Differentialgleichungen,	- Legendre - Funktionen,
- Schrödingergleichung;	- Zylinder - Funktionen,

7. - Mathematische Statistik (2 + 3):	**8. - Anwendungsbeispiele aus den Naturwissenschaften (1 + 2 + 3):**
- mathematische und physikalische Statistik,	- elektromagnetische Strahlung,
- statistische Tests,	- Hydromechanik = Strömungslehre,
	- Mechanik,

4. Bücher:
Eine Unterteilung dieser Büchern und Formelsammlungen, inklusive von Fernstudien- und Weiterbildungsmaterialien, die auch im Internet und auf dem Markt angeboten werden und die zum Teil auch in der Bibliothek der TFH Wildau gefunden werden können, ist die folgende:

- Anwendungen und Beispiele aus den Wissenschaften,
- Aufgabensammlungen,
- Computerorientierte Lehrmaterialien,
- Diplom- und Forschungsarbeiten,
- Lehrbücher im eigentlichen Sinnen,
- Standardwerke und Tabellen (Formelsammlungen),
- Zeitschriften und Veröffentlichengen,

Ich pflege fast alle Hausaufgaben und Klausuraufgaben der amerikanischen Schaum Serie: 1500 - 3500 Solved Problems zu entnehmen, die in der Bibliothek vorhanden ist. Es gibt aber von anderen Verlagen ebenfalls gute Problemsolver - Serien auch aus dem amerikanischen Bereich.

Die Formelsammlungen aus der Schule sollten nach und nach ergänzt bzw. ersetzt werden.

5. Formelsammlungen und Handbücher (eine unvollständige Auswahl):

Beyer, W. H.: CRC Standard Mathematical Tables, 28th Edition, CRC Press, Boca Raton, USA, 1988

Bronstein, I. N., Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, H. Deutsch Verlag, Thun, 1987

Bronstein, I. N., Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, H. Deutsch Verlag, Thun, 1987 Ergänzende Kapitel

DIN Taschenbuch 202 - Formelzeichen Formelsatz Mathematische Zeichen und Begriffe Normen AEF - Taschenbuch 2 - Beuth Verlag Berlin, 1984

DIN Taschenbuch 22 - Einheiten und Begriffe für physikalische Größen - Beuth Verlag Berlin, 1990

DIN Taschenbuch 224 - Qualitätssicherung und angewandte Statistik Verfahren 1 - Beuth Verlag Berlin, 1989

Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and mathematical Tables, Edited by Abramowitz, M., Stegun, I., A., Dover Publications, Inc., New York, 1993 (?)

Rottmann, K.: Mathematische Formelsammlung, BI Hochschultaschenbücher, Bd. 13, BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1986

6. Aufgabensammlungen und Lehrbücher (eine unvollständige Auswahl):

Bronson, R.: 2500 Solved Problems in Differential Equations, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1988

Bronson, R. et. al : Theory and Problems of Operations Research, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill Inc., USA, 1997

Halpern, A.: 3000 Solved Problems in Physics, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1988

Kreyszig, E.: Advanced Engineering Mathematics, 7th Edition, J. Wiley & Sons, New York, USA, 1993

Lipschutz, S.: 2000 Solved Problems in Discrete Mathematics , Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1992

Lipschutz, S.: 3000 Solved Problems in Linear Algebra, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1988

Mendelson, E.: 3000 Solved Problems in Calculus, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1988

Metz, C.: 2000 Solved Problems in Physical Chemistry, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1992

Nasar, S.: 3000 Solved Problems in Electric Circuits, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1988

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P.: Numerical Recipes Example Book (Fortran), 2th Edition, Cambridge University Press, Oxford, UK, 1993

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P.: Numerical Recipes in Fortran The Art of Scientific Computing, 2th Edition, Cambridge University Press, Oxford, UK, 1993

Scheid, F.: 2000 Solved Problems in Numerical Analysis, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1990

Schmidt, P.: 2500 Solved Problems in College Algebra and Trigonometry , Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1991

Schmidt, P.: 3000 Solved Problems in Precalculus, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1988

Shelley, J. F.: 800 Solved Problems in Vector Mechanics for Engineers Volume I: Statics, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1990

Shelley, J. F.: 800 Solved Problems in Vector Mechanics for Engineers Volume II: Dynamics, Schaum Solved Problem Series, Schaum Division, McGraw-Hill Inc., Hightstown, USA, 1990

etc.

7. Skripten der TFH Wildau:

Inzwischen existieren auf Overheadfolien auch von Kollegen verschiedenen Skripten von mehreren Jahren Vorlesungen.

8. Zusammenstellung der wichtigsten DIN - Normen aus der Mathematik & Physik:

DIN - Nr.	Inhalt und Name
461	Graphische Darstellung in Koordinatensystemen
1301	Einheiten, Teil 1 - Teil 3 plus Beiblatt 1 zu Teil 1
1302	Allgemeine mathematische Zeichen und Begriffe
1303	Schreibweise von Tensoren (Vektoren)
1304	Allgemeine Formelzeichen plus Beiblatt zu DIN 1304
1305	Masse, Wägewert, Kraft, Gewichtskraft, Gewicht, Last Begriffe
1306	Dichte Begriffe, Angaben
1311	Schwingungslehre
1312	Geometrische Orientierung
1313	Physikalische Größen und Gleichungen

1315 Winkel (Begriffe, Einheiten)
1319 Grundbegriffe der Meßtechnik, Teil 1 - Teil 4
1333 Zahlenangaben, Teil 1 - Teil 2
1338 Formelschreibweise und Formelsatz plus Beiblätter 1 - 3 zu DIN 1338
1343 Referenzzustand, Normzustand, Normvolumen
1344 Elektrische Nachrichtentechnik Formelzeichen
1345 Thermodynamik Formelzeichen, Einheiten
1355 Zeit, Kalender, Wochennumerierung, Tagesdatum, Uhrzeit
1358 Meteorologie und Geophysik Formelzeichen
2257 Begriffe der Längenprüftechnik
4895 Orthogonale Koordinatensysteme, Teil 1 - Teil 2
4896 Einfache Elektrolytlösungen Formelzeichen
4897 Elektrische Energieversorgung Formelzeichen
4898 Gebrauch der Wörter dual, invers, reziprok, äquivalent, komplementär
5473 Zeichen und Begriffe der Mengenlehre
5474 Zeichen der mathematischen Logik
5477 Prozent, Promille
5478 Maßstäbe in graphischen Darstellungen
5479 Übersetzung bei physikalischen Größen Begriffe, Formelzeichen
5483 Zeitabhängige Größen, Teil 1 - Teil 3
5485 Benennungsgrundsätze für physikalische Größen Wortzusammensetzungen mit Eigenschafts- und Grundwörtern
5486 Schreibweise von Matrizen
5487 Fourier - Transformation und Laplace - Transformation
5492 Formelzeichen der Strömungsmechanik
5493 Logarithmierte Größenverhältnisse Maße, Pegel in Neper und Dezibel plus Beiblatt 1
5497 Starre Körper Formelzeichen
13302 Mathematische Strukturen Zeichen und Begriffe
13303 Stochastik, Teil 1 - Teil 2
13304 Darstellung von Formelzeichen auf Einzeildruckern und Datensichtgeräten
13345 Thermodynamik und Kinetik chemischer Reaktionen Formelzeichen, Einheiten
19221 Formelzeichen der Regelungs- und Steuerungstechnik
40121 Elektromaschinenbau Formelzeichen
40146 Begriffe der Nachrichtenübertragung, Teil 1 - Teil 3
40200 Nennwert, Grenzwert, Bemessungswert, Bemessungsdaten Begriffe
53804 Statistische Auswertungen, Teil 1 - Teil 4
55301 Gestaltung statistischer Tabellen
55303 Statistische Auswertung von Daten, Teil 1 - Teil 6 plus Beiblatt
55350 Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik, Teil 1 - Teil 13
66030 Darstellung von Einseitennamen in Systemen mit beschränktem Schriftzeichenvorrat
IEC 50 Internationales Elektrotechnisches Wörterbuch, Teil 1 - Teil 101
ISO 5725Ermittlung der Wiederhol- und Vergleichpräzision von festgelegten Meßverfahren durch Ringversuche

9. Axiome der reellen Zahlen & deren Bedeutung (Einige dieser Axiome hängen zusammen):

9.1. Axiome der Verknüpfung:

1.1 Aus: a, b = reelle Zahlen folgt: a + b = c, oder: c = a + b;
1.2 Sind: a, b reelle Zahlen, so existiert: a + x = b bzw.: y + a = b;
1.3 Es gibt eine: „0“ mit: a + 0 = a und: a = a + 0 (= das neutrale Element der Addition);
1.4 Es ist die Multiplikation: a * b = c bzw.: c = a * b definiert und erklärt;

1.5 Sind: a, b reelle Zahlen und: a verschieden von: „0“, so existiert: a * x = b bzw.: y * a = b;
1.6 Es existiert eine Zahl: „1“, so daß: a * 1 = a bzw.: 1 * a = a (= das neutrale Element der Multiplikation);

9.2. Axiome der Rechnung:

2.1 Aus a, b, c = reelle Zahlen folgt: a + (b + c) = (a + b) + c (= Assoziativgesetz);
2.2 (a + b) = (b + a) (= Kommutativgesetz);
2.3 a * (b * c) = (a * b) * c (= Assoziativgesetz);
2.4 a *(b + c) = a * b + a * c (= Distributivgesetz);
2.5 (a + b) * c = a * c + b * c (= Distributivgesetz);
2.6 a * b = b * a (= Kommutativgesetz);

9.3. Axiome der Anordnung:

3.1 Aus: a > b und: b > a folgt: Es gibt keine Zahl a mit: a > a;
3.2 Aus: a > b und: b > c folgt: a > c;
3.3 Aus: a > b folgt: a + c > b + c (= Monotoniegesetz);
3.4 Aus: a > b und: c > 0 folgt: a * c > b * c , sowie: c * a > c * b (= Monotoniegesetz);

9.4. Axiome der Stetigkeit:

4.1 Aus: a > 0 und: b > 0 folgt: a + a + ... + a > b (= Axiom des Archimedes);
4.2 Prinzip der Vollständigkeit: Diese Zahlen bilden ein System, welches unter diesen Axiomen keinerlei Erweiterung mehr fähig ist.

Anmerkung:
1. Diese Axiome der reellen Zahlen werden unterschiedlich kompakt in der Literatur angegeben.
2. Über den reellen Zahlen existieren noch die komplexen Zahlen, jedoch müssen einige Axiome dabei geopfert werden.
(Die komplexen Zahlen folgen u. a. aus der Lösung einer Gleichung wie: $x^2 + 1 = 0$.)

10. Kombinatorik & deren Bedeutung:

Die Kombinatorik gilt als eine der Grundlagen der Wahrscheinlichkeitstheorie, der Statistik und des Operation Research (OR); etc. Es ist die Frage nach Anordnungen, Wertekombinationen, Gruppenbildungen etc. **mit** und **ohne Wiederholungen**.

<u>Anmerkung:</u> Probieren Sie die genannten Möglichkeiten selbst aus.

10.1 Permutation:

10.1.1: <u>Ohne Wiederholungen</u>: Alle Elemente sind eindeutig identifizierbar! Die Anzahl der Permutationen beträgt: P(n) = 1*2*....*n = n ! (gesprochen als: „n – Fakultät“). Z. B.: Legen von verschiedenen Münzen in mögliche Reihenfolgen.

10.1.2: <u>Mit Wiederholungen</u>: m Elemente seien nicht unterscheidbar: $\overline{P} = \frac{n!}{m!}$. Z. B.: Auf wie viele Weisen sind die Buchstaben in „Mississippi“ legbar?

10.2 Variation:

10.2.1.: <u>Ohne Wiederholungen</u>: Jedes Element tritt **einmal** auf. Die Zahl der Variationen von m Elementen aus n Elementen beträgt: $V(m,n) = \frac{n!}{(n-m)!}$ Z. B.: Aus 3 Münzen dürfen nur 2 genommen werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es unter Berücksichtigung der Reihenfolge der Entnahme?

10.2.2.: <u>Mit Wiederholungen</u>: Jedes Element darf m - mal auftreten: $\overline{V}(m,n) = n^m$. Z. B.: Im Dezimalsystem werden die Ziffern: 0,....,9 benutzt. Wie viele vierstelligen Zahlen sind darstellbar? Lösung: $\overline{V}(4{,}10) = 10^4 = 10000$, nämlich von: 0000, ..., 9999.

10.3 Kombination:

Die Auswahl von m Elementen aus n Elementen ohne Reihenfolge heißt Kombination.

10.3.1.: <u>Ohne Wiederholungen</u>: Die Zahl der Kombinationen von m Elementen aus n Elementen beträgt (das ist der Binomialkoeffizient der binomischen Formel): $K(m,n) = \frac{V(m,n)}{P(m)} = \frac{n!}{m!\cdot(n-m)!} = \binom{n}{m}$.

Z. B.: Das Lottospiel ist das geläufige Beispiel: $K(6{,}49) = \frac{49!}{6!\cdot 43!} = 13983816$ Möglichkeiten.

10.3.2.: <u>Mit Wiederholungen</u>: Die Zahl der Kombinationen von m Elementen aus n Elementen beträgt: $\overline{K}(m,n) = \binom{n+m-1}{m} = \frac{(n+m-1)!}{m!\cdot(n-1)!}$. Z. B.: Es gebe mehrere Münzen; es können davon aber nur zwei in beliebiger Reihenfolge gelegt werden mit einer zugehörigen Information. Wie viele verschiedene Informationen können dargestellt werden?

Hinweis: <u>Diese Ansammlung von Formeln und von Beispielen ist keineswegs vollständig.</u>

Z. B. Binomialkoeffizient, erweitert als **Polynominalkoeffizient**: $\binom{n}{m_1,\ldots,m_r} = \frac{n!}{m_1!\cdot\ldots\cdot m_r!}\ mit \sum_{i=1}^{r} m_i = n$ **;**

Die Zahl von Permutationen mit Wiederholung von: n Elementen mit: r Klassen und: m_i identischen Elementen in der j-ten Klasse (j = 1,...,r) beträgt: $P(n,r) = \binom{n}{m_1,\ldots,m_r} = \frac{n!}{m_1!\cdot\ldots\cdot m_r!};\ mit: \sum_{i=1}^{r} m_i = n$ **;** etc., etc. (Siehe Literatur) .

Anmerkung:

1. Beachten Sie, daß trotz DIN – Normen fast jeder Lehrbuchautor seine eigene Notationen wählt.

2. Diese Aufzählung ist keineswegs vollständig, jedoch die Grundlage für die Überlegungen zur Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung des zweiten Semesters.

11. Zeichenauswahl aus den DIN Normen & deren Bedeutung:

Symbol / Zeichen	Name	Anwendung / Bedeutung / Sprechweise
$\approx$	„ungefähr gleich“	$a \approx b$: a ist ungefähr gleich: b
$=_{def}$	definitionsgemäß gleich	$a =_{def} b$: a ist definitionsgemäß gleich: b
Σ	Summe	$\sum_{i=1}^{n} i$:Summe über i von i gleich 1 bis n; =1+2+...+n
Π	Produkt	$\prod_{i=1}^{m} i$: Produkt über: i von: i gleich: 1 bis: n; =1*2*...*n = n!
!	n Fakultät	rekursive Definition : 0!=1 und (n+1)!=n!*(n+1)
$\binom{a}{b}$	Binomialkoeffizient	a über b: $\binom{a}{b} = \frac{a \cdot (a-1) \cdot (a-2)...(a-b+1)}{1 \cdot 2 \cdot ... \cdot b}$
sgn	Signum	Signum von a: sgn a = $=_{def} \left\{\begin{matrix} 1, \text{ wenn } a > 0 \\ 0, \text{ wenn } a = 0 \\ -1, \text{ wenn } a < 0 \end{matrix}\right\}$
$\lvert b \rvert$	Betrag	Betrag von b: $\lvert b \rvert =_{def} \left\{\begin{matrix} b, \quad \text{wenn } b > 0 \\ -b, \quad \text{wenn } b < 0 \end{matrix}\right\}$
$\neg$	Negation	$\neg c$: nicht: c
$\wedge$	Konjunktion	$m \wedge n$: m und: n
$\vee$	Adjunktion	$m \vee n$: m (und) oder (vel) n; Alternation; Disjunktion
$\rightarrow$	Subjunktion	$x \rightarrow y$: wenn: x, so: y; Implikation;
$\leftrightarrow$	Bisubjunktion, Äquivalenz	$x \leftrightarrow y$: x genau dann, wenn: y
$\forall$ *oder* $\wedge$	Allquantor	$\forall a\ x$: für alle: a x
$\exists$ *oder* $\vee$	Existenzquantor	$\exists a\ x$: es gibt ein: a mit: x

Anmerkungen:

Quantoren verbinden eine Variable und eine Formel zu einer neuen Formel. Ist: x Variable und: a Formel, so sind: $\wedge\ x\ a$ und: $\vee\ x\ a$ Formeln mit gebundener Variablen: x.

Andere Schreibweisen: Es gilt auch: $\wedge\ x\ a = \wedge_x\ a = \underset{x}{\wedge}\ a$, sowie: $\vee\ x\ a = \vee_x\ a = \underset{x}{\vee}\ a$.

Anzahlquantoren: Definitionen: $\overset{1}{\vee}$:= es gibt genau ein; $\overset{k}{\vee}$:= es gibt genau: k; $\overset{\geq k}{\vee}$:= es gibt mindestens: k;
$\overset{\leq k}{\vee}$:= es gibt höchstens: k;

Relativierte Quantoren: $\wedge\ x\ (a \rightarrow b) = \underset{a}{\wedge}\ x\ b$; $\vee\ x\ (a \wedge b) = \underset{a}{\vee}\ x\ b$; sowie:
$\wedge\ x\ (x \in A \rightarrow b) = (\wedge\ x \in A)\ b$; $\vee\ x\ (x \in A \wedge b) = (\vee\ x \in A)\ b$.

$\{\ \ \mathrm{I}\ \ \}$	Mengenbildungsoperator	$\{x\ \mathrm{I}\ y\}$: die Menge aller: x mit: y
$\langle\ \rightarrow\ \rangle$	Funktionsbildungsoperator	$\langle x \rightarrow b \rangle$: Funktion, die: a den Wert: b zuordnet
t	Kennzeichnungsoperator	**t** x a: das: x mit: a

f, F oder 0	Falschaussage	F (a): a ist nicht wahr: w, W oder 1
Wahraussage	W (a): a ist wahr	
N	Mengenaussage	Menge der nichtnegativen ganzen Zahlen: 0, 1, 2, ...
N*	dito	Menge der positiven ganzen Zahlen: 1, 2, ...
Z	dito	Menge der ganzen Zahlen: ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...
Q	dito	Menge der rationalen Zahlen: a : b = a / b
Q*	dito	Menge der rationalen Zahlen verschieden von „0“
$\mathbf{Q}^{+}$	dito	Menge der positiven rationalen Zahlen
R	dito	Menge der reellen Zahlen
C	dito	Menge der komplexen Zahlen: a + i b; a, b∈ **R**
(a , b)	offenes Intervall	offenes Intervall von a bis b: $\{x \mid a < x < b\}$
$[a, b]$	abgeschlossenen Intervall	abgeschlossenen Intervall: $\{x \mid a \le x \le b\}$
$[a, b)$	halboffenes Intervall	linksseitig abgeschlossenes, rechtsseitig offenes Intervall
$(a, b]$	dito	linksseitig offenes, rechtsseitig abgeschlossenes Intervall
∞	unendlich	Definitionszeichen für über alle Maßen groß
$\in$	Element von	x∈ **M**: x ist Element der Menge **M** (oder von **M**)
$\notin$	nicht Element von	x∉ **M**: x ist nicht Element der Menge **M** (oder von **M**)
$x_1,..., x_n \in A$	Elemente von	$x_1,..., x_n$ sind Elemente von A
$\{ \mid \}$	Menge	$\{x \mid a\}$: die Menge (Klasse) aller x mit a
$\{,...,\}$	Elemente u. Menge	$\{x_1,..., x_2\}$: die Menge mit den Elementen: $x_1,..., x_n$
$\subset$	Teilmenge	A⊂B: A ist echte Teilmenge von B, Inklusion
$\subseteq$	Teilmenge	A⊂B: A ist Teilmenge von B
$\cap$	Durchschnitt	A∩B: A geschnitten mit B
$\cup$	Vereinigung	A∪B: A vereinigt mit B
\ oder -	Differenzmenge	A-B: A ohne B, relatives Komplement von B bezüglich A
0	Nullmenge	leere Menge, enthält keine Elemente
A∩B = **0**	disjunkte Mengen	A und B haben kein gemeinsames Element
℘ M	Potenzmenge	Potenzmenge enthält als Elemente alle Teilmengen von M
<,> oder (,)	Paar	Paar von: (x, y); (x, y)=(u, v)↔ $x = u \wedge y = v$
X	kartesisches Produkt	A Kreuz B: A X B; geordnete Paare
f	Abbildung, Funktion	f ist eine Relation
D	Definitionsbereich	D(f); Definitionsbereich (Argumentations-) von f
W	Wertebereich	W(f); Wertebereich von f
X *oder* Π	allg. kartesisches Produkt	$\underset{i\in I}{X} A_i$ *oder* $\prod_{i\in I} A_i$; allg. kart. Prod. d. Familie A_i : i∈ I

Weitere Details und Spezifikationen sind den DIN Normen Nr. 1302, 5473, 5474, etc. und / oder entsprechenden Nachschlagewerken oder Lehrbüchern zu entnehmen.

Platz für handschriftliche Anmerkungen:

Wege durch die Mathematik an der TFH Wildau