P + V – Mathematik 1 - Klausur Nr. 3, Wintersemester 2002 / 11. 07. 2003 / Haus 7 / Raum 717 / 09 – 11 Uhr

Klaus R. F. Bätjer, Dr., Prof., TFH Wildau, FB IWI

Allgemeine Hinweise: 1. Stellen Sie sicher, daß die Prüfung anerkannt wird; 2. Weisen Sie sich aus; 3. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten; 4. Erlaubt sind nur Papier und Schreibwerkzeug; 5. Korrigiert werden auch mit Ihrem Namen versehene Blätter, jedoch mit einem Punktabzug; 6. Die Klausur wird bestanden, indem aus jeder der fünf Gruppen eine Aufgabe korrekt gelöst wird und mindestens 50 Punkte erreicht werden; 7. Jede Aufgabe zählt 10 Punkte. 8. Die Bekanntgabe der Note geschieht schnellstmöglich über das Prüfungsamt; 9. **Dies ist die letzte Prüfung in Mathematik.**

Geben Sie **Ihren Namen** und die Matrikelnummer an**:**

Aufgaben und Ihre Lösungen:

A. 01: Zeigen Sie, daß gilt: $1 + 2 + 2^2 + ... + 2^n = 2^{n+1} - 1$ für : $n \geq 0$!

A. 02: Wie viele Elemente hat die Menge: $\mathbf{A} = \left\{ x \,\middle|\, x \text{ ist Lösung von} : x^3 = +27 \right\}$? (Achtung: Fallunterscheidungen)

B. 03: Für welchen Wert von: x wird die Gleichung: $\sqrt{5x - 1} - \sqrt{x} = 1$ gelöst ?

B. 04: Lösen Sie die Gleichung: $x^3 + 8 = 0$ **.**

C. 05: Schreiben Sie: $\mathbf{a}^T = (1,4)$ als Linearkombination von: $\mathbf{b}^T = (1,1) \wedge \mathbf{c}^T = (2,-1)$ hin.

C. 06: Lösen Sie unter Angabe aller Determinanten : $\begin{array}{ccccccc} 2x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & 3z & = & 4 \end{array}$.

D. 07: Wie lauten das absolute Maximum und Minimum von: $f(x) = \frac{x^2}{16} + \frac{1}{x}$ im Intervall : $[1, 4]$?

D. 08: Geben Sie die Taylorreihe von: $f(x) = x^4$ um den Wert : $a = -3$ an **!**

E. 09: Integrieren Sie: $f(x) = x \cdot e^{3x}$ **!**

E. 10: Was ergibt: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin x \cdot dx$?

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Das Ergebnis der Klausur lautet: Bearbeitete Aufgabengruppen (A/ B/ C/ D/ E); Bestanden: Ja / Nein

Richtig bearbeitete Aufgaben: (01 /02 /03 /04 /05 /06 /07 /08 /09 /10); Bestanden: Ja / Nein

Die von 100 möglichen Punkten erreichte Punktzahl beträgt: Damit lautet Ihre Klausurnote:

Klaus R. F. Bätjer Wildau, den 12.07.2003

P + V – Mathematik 1 - Klausur Nr. 3, Wintersemester 2002 / 17. 07. 2003 / Haus 7 / Raum 717 / 09 – 11 Uhr

Aufgaben mit Lösungen und Herkunft der Lösungen:

A. 01: Zeigen Sie, daß gilt: $1+2+2^2+...+2^n=2^{n+1}-1$ für : $n \geq 0$!
DM.1.201.: $A(n=0): 1=1$ wahr; sei : $A(n)$ wahr, dann $\rightarrow$ durch Addition von : 2^{n+1} auf beiden Seiten : $A(n+1): 1+...2^n+2^{n+1}=2^{n+1}-1+2^{n+1}=2\cdot 2^{n+1}=2^{n+2}-1$; q. e. d.
A. 02: Wie viele Elemente hat die Menge: $\mathbf{A}=\left\{x \mid x \text{ ist Lösung von} : x^3=+27\right\}$? (Achtung: Fallunterscheidungen)
DM.1.159.(f): Ist: **A** die Menge reeller Zahlen, ist n = 1; ist: **A** die Menge komplexer Zahlen, ist n = 3.
B. 03: Für welchen Wert von: x wird die Gleichung: $\sqrt{5x-1}-\sqrt{x}=1$ gelöst ?
CAT.2.218: Nach mehrfachem Quadrieren ergeben sich die Werte: $x_1=1 \wedge x_2=\frac{1}{4}$
B. 04: Lösen Sie die Gleichung: $x^3+8=0$ **.**
CAT.11.72: Elementar oder mittels de Moivre's Formeln : $x_1=-2; x_2=1+i\sqrt{3}; x_2=1-i\sqrt{3}$.
C. 05: Schreiben Sie: $\mathbf{a}^T=(1,4)$ als Linearkombination von: $\mathbf{b}^T=(1,1) \wedge \mathbf{c}^T=(2,-1)$ hin.
DM.4.16: Es ergibt sich nach der Rechnung: $\mathbf{a}^T=3\cdot\mathbf{b}^T-1\cdot\mathbf{c}^T$.
C. 06: Lösen Sie unter Angabe aller Determinanten : $\begin{matrix} 2x & + & y & + & z & = & 3 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2y & - & 3z & = & 4 \end{matrix}$.
DM.4.194: $D=5; D_x=10; D_y=-5; D_z=0; \rightarrow x=2; y=-1; z=0.$
D. 07: Wie lauten das absolute Maximum und Minimum von: $f(x)=\frac{x^2}{16}+\frac{1}{x}$ im Intervall : $[1,4]$?
CA.13.26.: $f(x)=\frac{x^2}{16}+\frac{1}{x} \rightarrow f'(x)=0=\frac{x}{8}-\frac{1}{x^2} \rightarrow x=+2 \wedge \begin{matrix} x & +1 & +2 & +4 \\ f(x) & \frac{17}{16} & \frac{3}{4} & \frac{5}{4} \end{matrix} \rightarrow \text{Max}(x=+4); \text{Min}(x=+2)$
D. 08: Geben Sie die Taylorreihe von: $f(x)=x^4$ um den Wert : $a=-3$ an **!**
CA.39.38: Es gilt: $f(x)=x^4=[-3+(x+3)]^4=81-108\cdot(x+3)+54\cdot(x+3)^2-12\cdot(x+3)^3+(x+3)^4$

E. 09: Integrieren Sie: $f(x) = x \cdot e^{3x}$ **!** **CA.28.13:** Über Ansatz oder partielle Integration ergibt sich: $F(x) = \int x \cdot e^{3x} dx = \frac{1}{9} e^{3x} (3x - 1) + C$ **.**
E. 10: Was ergibt: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin x \cdot dx$? **CA.20.21.:** Mittels Substitution folgt : $\int \cos x \sin x dx = \frac{1}{2} \sin^2 x + C \rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \sin x \cdot dx = \frac{1}{2}$

Die Kürzel bedeuten Literaturhinweise und Quellen der Klausuraufgaben wie folgt:

CA: 3000 Solved Problems in Calculus; E. Mendelson, Schaum's Solved Problem Series;

CAT: 2500 Solved Problems in Collage Algebra and Trigonometry; P. Schmidt, Schaum's Solved Problem Series;

DM: 2000 Solved Problems in Discrete Mathematics; S. Lipschutz, Schaum's Solved Problem Series.