Klausur Nr. 2

Klaus R. F. Bätjer, Dr., Prof., TFH Wildau, FB IW / WIW, Haus 1, Raum 1205, Friedrich Engels Straße 63
WFG – 00 – Klausur Nr. 2 , Wintersemester 2001/02, 20. 04. 2002, Seminarraum 1020, Haus 1, 15 – 16.30 Uhr

Allgemeine Hinweise: 1. Stellen Sie sicher, daß die Klausur anerkannt wird; 2. Weisen Sie sich aus; 3. Die Klausurzeit beträgt 90 Minuten; 4. Erlaubt sind eine von Ihnen erstellte Formelsammlung, Papier und Schreibwerkzeug; 5. Korrigiert werden auch weitere mit Ihrem Namen versehene Blätter, jedoch verbunden mit einem Punktabzug; 6. Die Klausur wird mit 50 Punkte bestanden; 7. Jede korrekt gelöste Aufgabe zählt 10 Punkte; 8. Die Noten werden von mir unverzüglich dem Prüfungsamt bekannt gegeben; 9. Ggf. wird ein weiterer Wiederholungstermin ausgehängt bzw. bekannt gegeben.

Geben Sie bitte **Ihren Namen** und Ihre Matrikelnummer an:

Aufgaben und Ihre Lösungen:

01 : Bei Qualitätsregelkarten werden Bezeichnungen gewissen Prüfkriterien zugeordnet. Führen Sie diese Zuordnungen durch für die nachfolgenden Begriffe: **(** kombinierte Karte (z. B. x – s – Karte); Kumulierte Summen z. B. von Mittelwerten; KUSUM – Karte; Median – Karte; p – Karte; r – Karte; s – Karte; Stichproben – Einzelwerte; Stichproben – Fehleranteil; Stichproben - Fehleranzahl; Stichproben – Gesamtfehleranzahl; Stichprobenmedian; Stichprobenmittel; Stichprobenmittel und – streuung; Stichproben – Spannweite; Stichproben – Standardabweichung; u – Karte; Urwertkarte; x – Karte; Mittelwert – Karte **)** !

02 : Berechnen Sie das Optimum von (mittels der Simplex-Methode, wobei alle Variablen größer als Null seien):

$$z(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 9 \cdot x_2 + x_3; \quad x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \leq 0; \quad 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 \leq 0 \ !$$

03 : Ein Betrag von 60,000 US $ wird für drei Quartale zu einem Quartalszinssatz: i = 10 % p. Q. ausgeliehen, und es wird vereinbart, während der Laufzeit keinen Zins aufzuschlagen. Wie viel Zinsen werden jeweils erhoben?

04 : Die Binomialverteilungsfunktion lautet: $B(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k};\ \textit{für}:\ k = 0, 1, 2, \ldots$.

Berechnen Sie für: n = 2 und für: k = 0, 1, 2 die Werte von: B (k), wenn: p = 0; 0,5 und: 1 sein soll.

05 : Die beiden Produkte : X1 und: X2 werden von drei Maschinen: **a, b, c** hergestellt. Die beigefügte Tabelle enthält die notwendigen maschinellen Arbeitszeiten pro **Mengeneinheit** (**ME**), die monatlichen Kapazitäten der drei Maschinen, und den Gewinn pro Mengeneinheit in **Geldeinheiten** (**GE**) für die beiden Produkte. Stellen Sie hierfür das gewinnmaximale Produktionsprogramm (= Programm mit dem höchsten Gewinn) als Gleichungssystem auf !

Maschine	**Bearbeitungszeit in Stunden (h) pro ME**		**Maschinenkapazität in Stunden (h)**
	Produkt P1	Produkt P2	
a	4	3	600
b	2	2	320
c	3	7	840
Gewinne in Ge pro ME	**2**	**3**	

06 : Eine 20.000,00 Euro - Investition wird linear über 5 Jahre auf einen Restwert von 3.000,00 Euro abgeschrieben. Wie groß ist der jährliche Abschreibungsbetrag und wie sieht der zugehörige Abschreibungsplan aus?

07 : Einmaliges Würfeln mit einem Spielwürfel mit 6 Augen sei ein Zufallsexperiment. Willkürlich gegebene Ereignisse seien: **A** := Die Augenzahl ist gerade; **B** := Die Augenzahl ist ungerade; **C** := Die Augenzahl ist kleiner gleich 2.

Berechnen Sie: $\mathbf{A} \cup \mathbf{B};\ \mathbf{A} \cap \mathbf{B};\ \mathbf{A} \cap \mathbf{C};\ \mathbf{B} - \mathbf{A};\ sowie : \overline{\mathbf{C}}$ und geben Sie deren Bezeichnungen an !

08 : Gegeben sei die Gleichung: $A = B \cdot \dfrac{x^n - 1}{x - 1}$. Lösen Sie diese (ggf. mit einem Kommentar) nach: x auf!

09 : Lösen Sie durch Pivotisierung (Pivotelemente = 1) der Hauptdiagonalen:

$$\begin{aligned} 3x_1 \quad -2x_2 \quad &= 7 \\ x_1 \quad +2x_2 \quad &= 1 \end{aligned}$$

und überprüfen Sie das Ergebnis!

10 : (Absolutskala; Beruf; Dichotomes Merkmal; Geschlecht; Güteklasse; Häufbares Merkmal; Nationalität; Nominalskaliertes Merkmal; Ordinalskaliertes Merkmal; Stetiges Merkmal; Stückzahl; Tagesmenge an gezapftem Treibstoff) seien Ihnen als Alltagsausdrücke oder als statistische Kategorien gegeben:
Ordnen Sie den Alltagsausdrücken die zugehörigen statistischen Kategorien zu!

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Richtig bearbeitete Aufgaben: (01/02/03/04/05/06/07/08/09/10); Bestanden: Ja / Nein

Die von 100 möglichen Punkten erreichte Punktzahl beträgt: Damit lautet Ihre Klausurnote:

Klaus R. F. Bätjer Wildau, den 14.08.2002

1. Wiederholungsklausur

Klaus R. F. Bätjer, Dr., Prof., TFH Wildau, FB IW / WIW, Haus 1, Raum 1205, Friedrich Engels Straße 63
WFG – 00 - Klausur, Wintersemester 2001/02, 20. 04. 2002, Seminarraum, 15 – 16.30 Uhr

Aufgaben mit den Lösungen und der Herkunft der Lösungen:

01 : Bei Qualitätsregelkarten werden Bezeichnungen gewissen Prüfkriterien zugeordnet. Führen Sie diese Zuordnungen durch für die nachfolgenden Begriffe: **(** kombinierte Karte (z. B. x – s – Karte); Kumulierte Summen z. B. von Mittelwerten; KUSUM – Karte; Median – Karte; p – Karte; r – Karte; s – Karte; Stichproben – Einzelwerte; Stichproben – Fehleranteil; Stichproben - Fehleranzahl; Stichproben – Gesamtfehleranzahl; Stichprobenmedian; Stichprobenmittel; Stichprobenmittel und – streuung; Stichproben – Spannweite; Stichproben – Standardabweichung; u – Karte; Urwertkarte; x – Karte; Mittelwert – Karte **)** !

E2, S. 67, Tabelle 2.4: In alphabetischer Reihenfolge gilt stets: **Bezeichnung** := Prüfkriterium für: **kombinierte Karte (z. B. x – s – Karte):=** Stichprobenmittel und – streuung; **KUSUM – Karte**:= Kumulierte Summen z. B. von Mittelwerten; **Median – Karte**:= Stichprobenmedian; **p – Karte**:= Stichproben – Fehleranteil; **r – Karte**:= Stichproben – Spannweite; **s – Karte**:= Stichproben – Standardabweichung; **u – Karte**:= Stichproben – Gesamtfehleranzahl; **Urwertkarte:=** Stichproben – Einzelwerte; **x – Karte**:= Stichproben - Fehleranzahl; **Mittelwert – Karte** := Stichprobenmittel**.**

02 : Berechnen Sie das Optimum von (mittels der Simplex-Methode, wobei alle Variablen größer als Null seien):

$$z(x_1, x_2, x_3) = x_1 + 9 \cdot x_2 + x_3; \quad x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \le 0; \quad 3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 \le 0 \; !$$

Br.: S.34f: Das Ausgangs-Simplextableau lautet wie folgt:

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & x_2 & x_3 & y_1 & y_2 & \mathbf{b} \\ 1 & \mathbf{2}^* & 3 & 1 & 0 & 9 \\ 3 & 2 & 2 & 0 & 1 & 15 \\ -1 & -9 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \text{; es folgt: } \begin{array}{cccccc} x_1 & x_2 & x_3 & y_1 & y_2 & \mathbf{b} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{9}{2} \\ 2 & 0 & -1 & -1 & 1 & 6 \\ \frac{7}{2} & 0 & \frac{25}{2} & \frac{9}{2} & 0 & \frac{81}{2} \end{array} \text{ als endgültiges Simplextableau.}$$

Es sind die Endwerte wie folgt ablesbar: z (x_1 , x_2) = 81/2; x_2 = 9/2; sowie y_2 = 6. Alle anderen Werte sind gleich Null.

03 : Ein Betrag von 60,000 US $ wird für drei Quartale zu einem Quartalszinssatz: i = 10 % p. Q. ausgeliehen, und es wird vereinbart, während der Laufzeit keinen Zins aufzuschlagen. Wie viel Zinsen werden jeweils erhoben?

H.: B.1.1;S.7: Gegeben: K_o= 60,000 US $; i(p.Q.)=0,1; N(Quartale)=3; Gesucht ist $Z_{3(\text{Quartale})}$=?
Lösung: $Z_{3(\text{Quartale})}$= K_o *0,1*3 = 60,000 US$ *0,1*3 = 18,000 US $.

04 : Die Binomialverteilungsfunktion lautet: $B(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}; \; für: \; k = 0, 1, 2, \ldots .$

Berechnen Sie für: n = 2 und für: k = 0, 1, 2 die Werte von: B (k), wenn: p = 0; 0,5 und: 1 sein soll.

E2, Anhang, Tafel 1: Für: n = 2 gilt: $B(k) = \binom{2}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{2-k}; k = 0, 1, 2$. Damit folgt für:

$$k = 0 : B(0) = \binom{2}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^{2-0} = (1-p)^2; \; sowie: \; \begin{array}{rccc} p = & 0 & 0{,}5 & 1 \\ B(0) = & 1 & 0{,}25 & 0 \end{array}$$

$$k = 1 : B(1) = \binom{2}{1} \cdot p^1 \cdot (1-p)^{2-1} = 2 \cdot p \cdot (1-p); \quad sowie: \; \begin{array}{rccc} p = & 0 & 0{,}5 & 1 \\ B(1) = & 0 & 0{,}5 & 0 \end{array}$$

$$k = 2 : B(2) = \binom{2}{2} \cdot p^2 \cdot (1-p)^{2-2} = (p)^2; \quad sowie: \; \begin{array}{rccc} p = & 0 & 0{,}5 & 1 \\ B(2) = & 0 & 0{,}25 & 1 \end{array}$$

05 : Die beiden Produkte : X1 und: X2 werden von drei Maschinen: **a, b, c** hergestellt. Die beigefügte Tabelle enthält die notwendigen maschinellen Arbeitszeiten pro **Mengeneinheit** (**ME**), die monatlichen Kapazitäten der drei Maschinen, und den Gewinn pro Mengeneinheit in **Geldeinheiten** (**GE**) für die beiden Produkte. Stellen Sie hierfür das gewinnmaximale Produktionsprogramm (= Programm mit dem höchsten Gewinn) als Gleichungssystem auf !

Maschine	**Bearbeitungszeit in Stunden (h) pro ME**		**Maschinenkapazität in Stunden (h)**
	Produkt 1	Produkt 2	
a	4	3	600
b	2	2	320
c	3	7	840
Gewinne in GE pro ME	**2**	**3**	

Dü.: S.23 ff.: Das zugehörige lineare mathematische Modell lautet wie folgt: Seien x_1, x_2:= die monatlichen Fertigungsmengen der Produkte X1 und X2, sowie: z (x_1, x_2) := die Gewinnfunktion. Dann gilt: z (x_1,x_2) :=2*x_1+3*x_2 soll maximal werden und die Nebenbedingungen lauten:
x1, x2 sind größer oder gleich „0“ , sowie:

$$4\cdot x_1 + 3\cdot x_2 \le 600$$
$$2\cdot x_1 + 2\cdot x_2 \le 320$$
$$3\cdot x_1 + 7\cdot x_2 \le 840$$

06 : Eine 20.000,00 Euro - Investition wird linear über 5 Jahre auf einen Restwert von 3.000,00 Euro abgeschrieben. Wie groß ist der jährliche Abschreibungsbetrag und wie sieht der zugehörige Abschreibungsplan aus?

H.: B.4.1.S.54: Gegeben K_n = 3000 Euro und K_o = 20000 Euro und n = 5. Gesucht ist a = ? **Lösung:**
a = (K_o - K_n) / n = (20000 Euro – 3000 Euro) / 5 = 3400 Euro = **Abschreibungsbetrag**; der **Abschreibungsplan**:

Jahr	Buchwert(Jahresbeginn)	a	Buchwert Jahresende
1	20000	3400	16600
2	16600	3400	13200
3	13200	3400	9800
4	9800	3400	6400
5	6400	3400	3000

07 : Einmaliges Würfeln mit einem Spielwürfel mit 6 Augen sei ein Zufallsexperiment. Willkürlich gegebene Ereignisse seien: **A** := Die Augenzahl ist gerade; **B** := Die Augenzahl ist ungerade; **C** := Die Augenzahl ist kleiner gleich 2.

Berechnen Sie: $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}; \mathbf{A} \cap \mathbf{B}; \mathbf{A} \cap \mathbf{C}; \mathbf{B} - \mathbf{A};\ sowie : \overline{\mathbf{C}}$ und geben Sie deren Bezeichnungen an!

E1:, S. 57 ff.: Es gilt:

$$\mathbf{A} = \{2,4,6\}; \mathbf{B} = \{1,3,5\}; und : \mathbf{C} = \{1,2\}. Damit \Rightarrow Logische\ Summe = \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{1,2,3,4,5,6\} = \Omega;$$
$$Logische\ \mathrm{Pr}odukte = \mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \emptyset,\ sowie : \mathbf{A} \cap \mathbf{C} = \{2\}; Logische\ Differenz = \mathbf{B} - \mathbf{A} = \{1,3,5\};$$
$$sowie : Das\ komplementäre\ Ereignis = \overline{\mathbf{C}} = \{1,2,3,4,5,6\} - \{1,2\} = \{3,4,5,6\}$$

08 : Gegeben sei die Gleichung: $A = B \cdot \dfrac{x^n - 1}{x - 1}$**.** Lösen Sie diese (ggf. mit einem Kommentar) nach: x auf!

H.: S.30 (2.1) und S.35(2.10): $x^n - \dfrac{A}{B} \cdot x + \dfrac{A}{B} \cdot 1 - 1 = 0$ stellt eine Gleichung n - ten Grades für: x dar und ist z. B. mittels verschiedener Näherungsmethoden zu lösen, außer für n = 1,2,3, wo sie exakt lösbar ist.

09 : Lösen Sie durch Pivotisierung (Pivotelemente = 1) der Hauptdiagonalen: $\begin{array}{lll} 3x_1 & -2x_2 & = 7 \\ x_1 & +2x_2 & = 1 \end{array}$

und überprüfen Sie das Ergebnis!

L.: S.56,3.35: Als lineares Gleichungssystem geschrieben: $\begin{array}{lll} 3x_1 & -2x_2 & = 7 \\ x_1 & +2x_2 & = 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{lll} x_1 & +2x_2 & = 1 \\ 3x_1 & -2x_2 & = 7 \end{array}$; damit ist in

a_{11} bereits das gewünschte Pivotelement = 1. Es folgt durch geeignete Subtraktionen und Divisionen:

$$\begin{array}{lll} x_1 & +2x_2 & =1 \\ 0 & -8x_2 & =4 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{lll} x_1 & +2x_2 & =1 \\ 0 & 1x_2 & =-\frac{1}{2} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{lll} x_1 & +0 & =2 \\ 0 & 1x_2 & =-\frac{1}{2} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{1}{2}. \end{array}$$

Die Probe erfolgt im gegebenen Gleichungssystem: $\begin{array}{lll} 3\cdot 2 & -2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) & =7 \\ 2 & +2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) & =1 \end{array}$ $q.e.d.$

10 : (Absolutskala; Beruf; Dichotomes Merkmal; Geschlecht; Güteklasse; Häufbares Merkmal; Nationalität; Nominalskaliertes Merkmal; Ordinalskaliertes Merkmal; Stetiges Merkmal; Stückzahl; Tagesmenge an gezapftem Treibstoff) seien Ihnen als Alltagsausdrücke oder als statistische Kategorien gegeben:
Ordnen Sie den statistischen Kategorien die zugehörigen Alltagsausdrücke zu!

E1: S. 13 ff.: Die Reihenfolge lautet im Folgenden: **Statistische Kategorie** := Alltagsausdruck:
Absolutskala := Stückzahl; **Dichotomes Merkmal :**= Geschlecht; **Häufbares Merkmal :**= Beruf; **Nominalskaliertes Merkmal :**= Nationalität; **Ordinalskaliertes Merkmal :**= Güteklasse; **Stetiges Merkmal :**= Tagesmenge an gezapften Treibstoff.

Die Kürzel bedeuten Literaturhinweise und Quellen der Klausuraufgaben wie folgt:

Br: Bronson, R. et. al. : Operations Research, Schaum's Outlines, 2. Edition, 1997

Dü: Dürr, W. et. Al. : Operations Research, 3. Auflage, 1992

E1: Eckstein, P. P.: Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1. Auflage, 1998

E2: Eckstein, P. P.: Induktive Statistik und statistische Qualitätskontrolle, 1. Auflage, 1998

H: Hartl, F.: Finanzmathematik, Fernstudienagentur, 1. Auflage, 1997

L: Lipschutz, S.: Linear Algebra, McGraw-Hill, 1989