Klausur 3 zum Wintersemester 2001/02.

Klaus R. F. Bätjer, Dr., Prof., TFH Wildau, FB IW / WIW, Haus 1, Raum 1205, Friedrich Engels Straße 63
WR – Klausur Nr. 3 zum Wintersemester 2001/02 am 03. 07. 2002, Haus 3, Großer Hörsaal, 12 – 14 Uhr

Allgemeine Hinweise: 1. Stellen Sie sicher, daß die Prüfung anerkannt wird; 2. Weisen Sie sich aus; 3. Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten; 4. Erlaubt sind nur Papier und Schreibwerkzeug; 5. Korrigiert werden auch mit Ihrem Namen versehene Blätter, jedoch mit einem Punktabzug; 6. Die Klausur wird bestanden, indem aus jeder der fünf Gruppen eine Aufgabe korrekt gelöst wird und mindestens 50 Punkte erreicht werden; 7. Jede Aufgabe zählt 10 Punkte. 8. Die Bekanntgabe der Note geschieht schnellstmöglich über das Prüfungsamt; 9. Dies ist die letzte mögliche Prüfung.

Geben Sie **Ihren Namen** und die Matrikelnummer an:

Die Aufgaben und Ihre Lösungen:

A. 01: Geben Sie für die drei Aussagen bzw. Aussageformen die Verknüpfungen Äquivalenz $(\Leftrightarrow)$ $\vee$ Implikation $(\Rightarrow)$ an: **a)** A: x ist durch 4 teilbar; B: x ist durch 8 teilbar; **b)** A: Eva studiert in Wildau BWL; B: Eva studiert in Wildau; **c)** A: z ist durch 10 teilbar; B: z ist eine Zahl mit der Ziffer „0“ am Ende.

A. 02: Beseitigen (= vereinfachen) Sie die Brüche des Ausdrucks: $\dfrac{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$!

B. 03: Geben Sie alle möglichen Zerlegungen an von der Menge: $A = \{a, b, c\}$!

B. 04: Es werde eine Multiple - Choise – Aufgabe mit 4 möglichen Antworten gegeben und noch eine fünfte Antwort: „Keine Antwort ist richtig“. Mehrfache Kreuze sind erlaubt. Wie viele sinnvolle Antwortmöglichkeiten gibt es ?

C. 05: Für 10 Jahre werden 2.000 Euro mit 6 % Zinsfuß festgelegt. Wie groß ist die Kapitalzunahme bei einfacher Verzinsung und wie groß bei stetiger Verzinsung (hier nur die Berechnungsart angeben) ?

C. 06: Eine Geldschuld in Höhe von US $ 200,000.00 mit 6 % Zinsen soll mit konstanter Tilgungsrate in 8 Jahren getilgt sein. Geben Sie den zugehörigen Tilgungsplan an !

D. 07: : Schreiben Sie das Gleichungssystem in Matrixform um und berechnen Sie die inverse Matrix von:

$$\begin{aligned} x_1 + \quad 2x_2 \quad + 4x_3 \quad &= 24 \\ x_2 \quad + 2x_3 \quad &= 11 \\ x_1 + \quad 2x_2 \quad + 5x_3 \quad &= 28 \end{aligned}$$

D. 08: Lösen Sie das nachfolgende lineare Optimierungsproblem grafisch: Maximieren von:

$$\left\{ G(x_1;x_2) = 12x_1 + 15x_2 \,\middle|\, \begin{pmatrix} 15 & 20 \\ 20 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} 6000 \\ 4000 \end{pmatrix} \wedge x_1;x_2 \ge 0 \right\} \quad !$$

E. 09: Untersuchen Sie die nachfolgende Funktion auf Extremwerte und Wendepunkte und geben Sie diese ggf. an:

$$f(x) = e^{-2x} + 2x \; !$$

E. 10: Geben Sie die Stammfunktion an von: f (x) = 0,5 $\cdot \left(e^{x} - e^{-x}\right)$!

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Das Ergebnis der Klausur lautet: Bearbeitete Aufgabengruppen (A/B/C/D/E); Bestanden: Ja / Nein

Richtig bearbeitete Aufgaben: (01/ 02/ 03/ 04/ 05/ 06/ 07/ 08/ 09/ 10); Bestanden: Ja / Nein

Die von 100 möglichen Punkten erreichte Punktzahl beträgt: Damit lautet Ihre Klausurnote:

Klaus R. F. Bätjer Wildau, den 14.08.2002

3. Klausur zum Wintersemester 2001/02.

Klaus R. F. Bätjer, Dr., Prof., TFH Wildau, FB IW / WIW, Haus 1, Raum 1205, Friedrich Engels Straße 63

3. WR – Klausur zum Wintersemester 2001/02 am 03. 07. 2002, Haus 3, Großer Hörsaal, 12 – 14 Uhr

Die Aufgaben mit den Lösungen und der Herkunft der Lösungen:

A. 01: Geben Sie für die drei Aussagen bzw. Aussageformen die Verknüpfungen Äquivalenz $(\Leftrightarrow)$ $\vee$ Implikation $(\Rightarrow)$ an: **a)** A: x ist durch 4 teilbar; B: x ist durch 8 teilbar; **b)** A: Eva studiert in Wildau BWL; B: Eva studiert in Wildau; **c)** A: z ist durch 10 teilbar; B: z ist eine Zahl mit der Ziffer „0“ am Ende.

Lösung (S.19; 6 + 105): $a)\ B \Rightarrow A; \quad b)\ A \Rightarrow B; \quad c)\ A \Leftrightarrow B$.

A. 02: Beseitigen (= vereinfachen) Sie die Brüche des Ausdrucks: $\dfrac{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$!

Lösung (S.11; 6 + 99): $\dfrac{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \dfrac{\frac{x^2-y^2}{x\cdot y}}{\frac{x+y}{x\cdot y}} = \dfrac{x^2-y^2}{x\cdot y}\cdot\dfrac{x\cdot y}{x+y} = \dfrac{x^2-y^2}{x+y} = x-y$.

B. 03: Geben Sie alle möglichen Zerlegungen an von der Menge: $A=\{a,b,c\}$!

C.

Lösung (S. 21; 4 + 108) : Die gesuchten Zerlegungen lauten:

$$ZL_1 = \{\{a,b,c\}\}; ZL_2 = \{\{a,c\},\{b\}\}; ZL_3 = \{\{a,b\},\{c\}\}; ZL_4 = \{\{a\},\{b,c\}\}; ZL_4 = \{\{a\},\{b\},\{c\}\}.$$

B. 04: Es werde eine Multiple - Choise – Aufgabe mit 4 möglichen Antworten gegeben und noch eine fünfte Antwort: „Keine Antwort ist richtig“. Mehrfache Kreuze sind erlaubt. Wie viele sinnvolle Antwortmöglichkeiten gibt es ?

Lösung (S. 29; 12 + 113). Es gibt: $2^4 = 16$ sinnvolle Antwortmöglichkeiten.

C. 05: Für 10 Jahre werden 2.000 Euro mit 6 % Zinsfuß festgelegt. Wie groß ist die Kapitalzunahme bei einfacher Verzinsung und wie groß bei stetiger Verzinsung (hier nur die Berechnungsart angeben) ?

Lösung (S.46; 1.a; 1.c + 124): 1. Die Kapitalzunahme = Zinsen betragen bei einfacher Verzinsung:

$Z = 2000\cdot\dfrac{6}{100}\cdot 10 = 1200\ Euro$; 1. Die Kapitalzunahme = Zinsen betragen bei stetiger Verzinsung:

$$Z = K_n - 2000 = 2000\cdot e^{0{,}6} - 2000 = 3644{,}24 - 2000 = 1644{,}24\ Euro.$$

C. 06: Eine Geldschuld in Höhe von US $ 200,000.00 mit 6 % Zinsen soll mit konstanter Tilgungsrate in 8 Jahren getilgt sein. Geben Sie den zugehörigen Tilgungsplan an !

Lösung (S. 47; 1 + 126): Tilgungsplan mit (**A** = Annuität; **RS** = **R**est**s**chuld **a**m **J**ahres**a**nfang; **TR** = **T**ilgungs**r**ate)

Jahr	*RS a. JA*	*TR*	*Zinsen*	*A*
1	200,000	25,000	12,000	37,000
2	175,000	25,000	10,500	35,500
3	150,000	25,000	9,000	34,000
4	125,000	25,000	7,500	32,500
5	100,000	25,000	6,000	31,000
6	75,000	25,000	4,500	29,500
7	50,000	25,000	3,000	28,000
8	25,000	25,000	1,500	26,500

D. 07: Schreiben Sie das Gleichungssystem in Matrixform um und berechnen Sie die inverse Matrix von:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 24 \\ x_2 + 2x_3 &= 11 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 &= 28 \end{aligned}$$

Lösung (S. 75; 4 + 157): **A*x=b** $\Leftrightarrow \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}; \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 11 \\ 28 \end{pmatrix};$

mit dem Gauß – Jordan Algorithmus : $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\mathbf{E} \,\middle|\, \mathbf{A}^{-1}\right)$

D. 08: Lösen Sie das nachfolgende lineare Optimierungsproblem grafisch: Maximieren von:

$$\left\{ G(x_1; x_2) = 12x_1 + 15x_2 \,\middle|\, \begin{pmatrix} 15 & 20 \\ 20 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} 6000 \\ 4000 \end{pmatrix} \wedge x_1; x_2 \ge 0 \right\} \; !$$

Lösung (S. 83; 2 + 165): $x_1 = 80;\ x_2 = 240;\ \wedge G\left(80; 240\right) = 4560$

E. 09: Untersuchen Sie die nachfolgende Funktion auf Extremwerte und Wendepunkte und geben Sie diese ggf. an:

$$f(x) = e^{-2x} + 2x \; !$$

Lösung (S. 52; 10 + 131):

$f(x) = e^{-2x} + 2x \Rightarrow f'(x) = -2e^{-2x} + 2 \wedge f''(x) = +4e^{-2x};$

1. *Daraus ergeben sich die Extremwerte aus* $: 0 = f'(x_E) = -2e^{-2x_E} + 2 \Rightarrow x_E = 0 \wedge E(0;1);$
mit $: f''(x_E) = +4e^{-2x_E} = f''(0) = +4e^{-2\cdot 0} > 0 \Leftrightarrow E(0;1)$ *ist ein Minimum.*
2. *Daraus ergeben sich die Wendepunkte aus* $: 0 = f''(x_W) = +4e^{-2x_W} \ne 0; \Leftrightarrow x_W = +\infty \Leftrightarrow \emptyset;$
es gibt keine Wendepunkte.

F. 10: Geben Sie die Stammfunktion an von: f (x) = 0,5 $\cdot \left(e^{x} - e^{-x}\right)$!

Lösung (S. 63; 1.e + 145):

$$f(x) = 0{,}5 \cdot \left(e^{x} - e^{-x}\right) \Rightarrow F(x) = 0{,}5 \cdot \int \left(e^{x} - e^{-x}\right) dx = 0{,}5 \cdot \left(e^{x} + e^{-x}\right) + K$$

Alle Klausuraufgaben stammen aus dem Buch von Dr. Jochen Schwarze: Aufgabensammlung zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler, 5. Auflage, nwb Verlag, 2002 mit Angabe der Seitenzahlen.